

ALEF

COLLANA DI LOGICA MATEMATICA, ALGEBRA E GEOMETRIA

5

Direttore

Alessio RUSSO

Università degli Studi della Campania Luigi Vanvitelli

Comitato scientifico

Francesco MAZZOCCA

Università degli Studi della Campania Luigi Vanvitelli

Giuseppina TERZO

Università degli Studi della Campania Luigi Vanvitelli

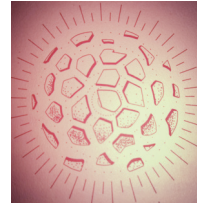
Paolo LINATI

Mathesis. Società Italiana di Scienze Fisiche e Matematiche

Katia SANTISI

Università degli Studi di Catania

Il logo richiama il *paradosso di Banach–Tarski*, per il quale, accettando l'assioma della scelta, è possibile ripartire una sfera di \mathbb{R}^3 in un numero finito di parti e, mediante rotazioni e traslazioni, ricomporle ottenendo due sfere aventi lo stesso volume della sfera data.



L'essenza della Matematica è nella sua libertà

George CANTOR

Áleph (\aleph) è la prima lettera dell'alfabeto fenicio e la prima lettera dell'alfabeto ebraico. In matematica il simbolo \aleph_0 (*aleph-zero*) indica il numero cardinale dell'insieme dei numeri naturali ed è il più piccolo numero cardinale transfinito.

La nascita e lo sviluppo della teoria degli insiemi, a partire dalla seconda metà dell'Ottocento, fu resa possibile dall'accettazione, principalmente da parte di Cantor, del concetto di infinito attuale. Il linguaggio degli insiemi è l'alfabeto comune con cui si esprimono la Logica, l'Algebra e la Geometria e la maggior parte dei settori della Matematica.

Le tre discipline, negli ultimi due secoli, hanno avuto un considerevole e progressivo sviluppo, sia teorico che pratico, tale da costituire oggi il nucleo di base e il fondamento delle competenze nella maggior parte delle aree scientifiche. Tutto ciò ha reso necessaria la conoscenza sempre più approfondita ed estesa dei risultati ottenuti e dei metodi coinvolti nell'ambito della ricerca di queste tre materie.

ALEF ha, tra i suoi obiettivi, proprio quello di soddisfare tale esigenza di divulgazione e diffusione di dati, teorie, modelli e metodi, attraverso pubblicazioni che accolgano manuali universitari e cicli di lezioni di dottorato, monografie e atti di convegni, sia nazionali che internazionali.

Con il patrocinio di:



FSC
Fatti per lo Sviluppo
e la Crescita

TOWARD A MORE EFFICIENT TEACHING IN NUMERACY AND
LITERACY: A SEARCH FOR A WAY
TO IMPROVE STUDENT'S CAPABILITIES

Lotto: 4 Ambito: CE07 - cod. uff. 8 CUP B94F17006170001



Università
degli Studi
della Campania
Luigi Vanvitelli

Dipartimento di Matematica e Fisica



Mathesis
Società italiana di scienze
matematiche e fisiche
fondata nel 1895

PROMUOVERE LE COMPETENZE DI MATEMATICA NELLA SCUOLA SECONDARIA DI SECONDO GRADO

a cura di

**UMBERTO DELLO IACONO
ANTONIO D'ONOFRIO
ALESSIO RUSSO**

Contributi di

**MATTIA BRESCIA, MARIA COCOZZA, UMBERTO DELLO IACONO,
ANTONIO D'ONOFRIO, ANTONIO PALLADINO, ELENA PERONE,
ALESSIO RUSSO, ROSA TAGLIAFERRO, MARIA LETIZIA VITALE**



aracne



ISBN
979-12-5994-604-1

PRIMA EDIZIONE
ROMA 30 NOVEMBRE 2021

INDICE

- 9 Introduzione
Umberto Dello Iacono, Antonio D’Onofrio, Alessio Russo
- 15 Il Progetto OCSE-PISA: finalità, analisi delle criticità ed elaborazione
di prove originali
Mattia Brescia
- 39 Le prove nazionali di valutazione esterna in matematica: gli esiti e i
bisogni delle scuole partecipanti
Maria Letizia Vitale
- 57 Il progetto “Toward a more efficient teaching in Numeracy”:
formazione docenti, e co-progettazione
Umberto Dello Iacono
- 89 L’esperienza del Buonarroti
Elena Perone, Maria Letizia Vitale
- 97 La sperimentazione in classe al Liceo Cortese
Maria Cocozza, Rosa Tagliaferro
- 119 Un’esperienza al Liceo San Leucio
Antonio Palladino

INTRODUZIONE

UMBERTO DELLO IACONO¹, ANTONIO D'ONOFRIO¹, ALESSIO RUSSO¹

Negli ultimi decenni si è andata sempre più consolidando la percezione della pervasività della Matematica, sia come patrimonio culturale, sia come strumento di indagine e lingua universale della scienza e delle sue applicazioni tecnologiche. Ciò ha comportato, in ambito educativo, l'esigenza, da più parti condivisa, di potenziare ed elevare i livelli di apprendimento della stessa. Quest'ultimo obiettivo e, conseguentemente, il miglioramento del rendimento scolastico, non potevano essere ottenuti semplicemente aumentando le ore delle lezioni ad essa dedicate. Occorreva innanzitutto formare adeguatamente il corpo docente coinvolto in questo processo; inoltre, la richiesta di ampliamenti di spazi specifici di apprendimento della Matematica andava di pari passo con un'analogha esigenza di altre discipline e con quella di nuove discipline che si stavano affiancando a quelle tradizionali (si pensi, ad esempio, all'educazione civica, all'educazione alla salute, all'ambiente, alla legalità, all'intercultura e così via).

Ciò ha reso praticamente impossibile ampliare il tempo scuola per coprire tali nuove necessità, anche in considerazione del periodo di crisi economica e sociale che l'Occidente sta vivendo da diversi anni (a cui si è aggiunta da ultimo l'emergenza sanitaria), che, soprattutto in Italia, si è fatta sentire sugli investimenti, quasi sempre insufficienti, destinati a Scuola e a Università.

È in questo quadro che è nato e si è sviluppato il discorso delle *competenze*, un discorso che spesso è stato portato avanti in modo non univoco, con molteplici interpretazioni, già a partire dalla definizione di competenza. Provvisoriamente, possiamo dire che una persona che possiede competenze di Matematica dovrebbe conoscere le grandi potenzialità che essa offre ed

¹ Università degli Studi della Campania "L. Vanvitelli".

essere in grado di usarle in molteplici situazioni che gli si presentano nella vita quotidiana e professionale. Inoltre, dovrebbe acquisire la consapevolezza dell'importanza e della centralità che viene data alla Matematica nei processi cardine della società moderna. Lo studio delle competenze ha contribuito a sdoganare la Matematica dal suo recinto disciplinare e ha permesso di coglierne i numerosi aspetti trans-disciplinari attraverso la selezione di idee, procedure e teorie, con ricadute nell'ambito pedagogico e didattico. Questo processo naturalmente ha investito anche altre discipline, per le quali la peculiarità del discorso delle competenze matematiche è stata spesso paradigmatica.

Come è ben noto, il tema delle competenze è molto complesso, e insieme agli aspetti positivi, alcuni dei quali sono stati evidenziati in precedenza, presenta anche delle ombre che invitano ad un'attenta riflessione su tutto il processo in cui esse sono coinvolte.

A tal riguardo è interessante ricordare che nel 2018 la NAEP, la *National Assessment of Educational Progress*, l'INVALSI americana, ha convocato un gruppo di esperti per capire come mai, nonostante gli ingenti investimenti, i risultati dei test riguardanti la capacità di lettura degli studenti degli Stati Uniti fosse ancora al di sotto delle aspettative. La conclusione è stata che leggere non è come andare in bicicletta. Per andare in bicicletta basta saper pedalare (almeno all'inizio), invece saper leggere, senza un bagaglio di conoscenze, non è affatto sufficiente alla comprensione del testo. Nel 2001, il Congresso americano approvò con voto plebiscitario, la legge *No child left behind*, che nelle intenzioni doveva servire a dare a tutti gli studenti competenze in lettura e Matematica. Ciò doveva essere ottenuto mediante un sistema di test sempre più pervasivo. Un effetto fu l'appiattimento dei programmi sui test (*teaching to test*).

Le conoscenze matematiche dovrebbero essere fatte di saperi e *non* di prescrizioni, poiché oggi più che in passato le conoscenze scientifiche e tecnologiche progrediscono rapidamente ed il rischio di obsolescenza è elevato. È forse più opportuno “sapere cosa e perché” in luogo soltanto di “saper come”. È necessario avere, cioè, un atteggiamento critico, razionale ed una capacità di autoaggiornarsi. Il pensare dovrebbe dominare e determinare il fare. L'autonomia mentale come scopo pedagogico è di gran lunga *superiore* all'apprendimento delle capacità esecutive, anche se perfette.

Questo volume nasce a partire dal Convegno Nazionale “*Promuovere le competenze matematiche nella scuola secondaria di secondo grado*”, svoltosi presso l'Università degli Studi della Campania “L. Vanvitelli” nei giorni 23 e 24 settembre 2021. Il Convegno, organizzato dal Dipartimento di Matematica e

Fisica in collaborazione con la Mathesis, Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche, una delle più antiche associazioni d'insegnanti d'Europa, è stata l'occasione, per gli insegnanti di Matematica della scuola secondaria di secondo grado, di discutere di "competenze matematiche" insieme ad esperti della didattica della Matematica e di riflettere con loro su quali competenze promuovere nella scuola secondaria di secondo grado, anche in seguito alla pandemia che, inevitabilmente, ha influenzato e non poco le nostre pratiche didattiche. Tale Convegno ha rappresentato il momento conclusivo del progetto "*Toward a more efficient teaching in numeracy and literacy: a search for a way to improve student's capabilities*", promosso dal Dipartimento di Matematica e Fisica in collaborazione con istituti scolastici della provincia di Caserta. Il Progetto, che si è svolto nel periodo 2019-2021, è stato finanziato dalla Regione Campania in seguito all'invito rivolto alle Università campane a presentare progetti di ricerca-azione nell'ambito della valutazione degli apprendimenti degli studenti in *literacy* e *numeracy*, da parte del Comitato Interministeriale per la Programmazione Economica (CIPE), con delibera n. 26/2016 "Il Fondo per lo Sviluppo e la Coesione: la programmazione delle risorse del ciclo 2014-2020 Piano per il Mezzogiorno. Assegnazione risorse".

Il progetto è stato un tentativo volto a soddisfare l'aspirazione a costruire un ambiente in cui la chiarezza, la condivisione e la trasparenza degli obiettivi educativi che ci si è proposti di raggiungere sono ritenute vie maestre per migliorare l'apprendimento e soprattutto la comprensione di ciò che si studia e s'insegna (Hattie, 2008/2012/2016).

Al di là delle strategie didattiche, riconosciute come di maggiore impatto ed efficacia, l'autore [Hattie] sostiene che gli insegnanti e gli approcci all'insegnamento siano i cardini del cambiamento volto a conseguire maggiore efficacia nel processo di apprendimento: il successo o il fallimento scolastico degli studenti è il risultato di ciò che gli insegnanti fanno e/o non fanno, gli altri fattori ambientali o di contesto, seppur influenti, hanno un ruolo minore. (Micheletta, 2013, p. 145).

Nello specifico, attraverso una collaborazione tra insegnanti di Matematica, docenti e ricercatori universitari ed esperti del settore, il progetto si è proposto come obiettivo principale lo sviluppo e/o il potenziamento delle competenze in *numeracy* degli studenti campani frequentanti il biennio della scuola secondaria di secondo grado, anche alla luce dei risultati di prove di valutazione nazionali ed internazionali. Quelle OCSE-PISA sono un esempio di prove di valutazione internazionale, promosse dall'OCSE nell'ambito del

programma PISA. L'OCSE, Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico (in inglese *Organisation for Economic Cooperation and Development - OECD*), è un'organizzazione internazionale di studi economici che conta attualmente 38 paesi membri (dato aggiornato a maggio 2021). Uno dei programmi promossi dall'OCSE è il programma PISA (*Programme for International Student Assessment*), che è un'indagine internazionale nata con lo scopo di valutare con periodicità triennale il livello di istruzione degli studenti adolescenti appartenenti ai paesi membri. L'indagine PISA coinvolge vari domini, tra cui la Matematica. Nelle edizioni delle prove del 2012, 2015 e 2018, la media degli studenti del Sud Italia in Matematica è stata molto al di sotto di quella dell'OCSE. In particolare, nell'edizione 2018, la media dei paesi OCSE è stata di 489, mentre quella del Sud Italia 458.

Alla luce degli esiti di prove di valutazione, come quella OCSE-PISA, nasce il progetto “*Toward a more efficient teaching in Numeracy and Literacy: A search for a way to improve Student's Capabilities*”, con l'intento di costruire un patrimonio metodologico realizzato attraverso un lavoro sinergico tra docenti e ricercatori, che possa essere ulteriormente implementato e avere un effetto virtuoso nella scuola nel suo insieme. Nella prima fase di *Studio Preliminare* (vedi Capitoli 1 e 2) sono state analizzate alcune delle difficoltà degli studenti italiani e campani in Matematica nonché la situazione specifica del territorio e i bisogni percepiti dalle scuole che hanno partecipato al progetto. Le successive fasi di *Formazione docenti* e *Co-progettazione* di attività didattiche (vedi Capitolo 3) hanno consentito agli insegnanti di fare esperienza con quadri teorici della didattica della Matematica, che si sono rivelati utili strumenti sia per analizzare alcune delle prove OCSE-PISA e INVALSI sia per poter progettare, insieme con i ricercatori, attività didattiche da sperimentare in classe con gli studenti (vedi Capitoli 4, 5 e 6).

Il progetto ha visto coinvolti 15 istituti di scuola secondaria secondo grado della provincia di Caserta², di seguito elencati, per un totale di circa 80 docenti e di circa 1000 studenti delle classi prime e seconde:

I.I.S.S. “G.B. Novelli” di Marcianise (CE), I.I.S.S. “Ferraris – Buccini” di Marcianise (CE), I.I.S.S. “Padre Salvatore Lener” di Marcianise (CE), il Liceo “F. Quercia” di Marcianise (CE), il Liceo Artistico Statale San Leucio (CE), il Liceo “Don Gnocchi” di Maddaloni (CE), il Convitto Nazionale “G. Bruno” di Maddaloni (CE), il Liceo Scientifico “N. Cortese” di Maddaloni (CE), I.I.S. “E. Majorana” di Santa Maria a Vico (CE), il Liceo Scientifico “A. Diaz” di Caserta, I.T.S. “M. Buonarroti” di Caserta, I.S. “E. Mattei” di Caserta, il Liceo “A. Manzoni” di Caserta,

² ambito CE-07

I.T.I.S. – L.S. “F. Giordani” di Caserta, il Liceo Classico “P. Giannone” di Caserta.

A loro, ai loro docenti e ai loro studenti è dedicato questo volume.

I curatori desiderano ringraziare il dott. Marco Menale, assegnista di ricerca presso il Dipartimento di Matematica e Fisica dell'Università degli Studi della Campania “Luigi Vanvitelli” per l’attenta lettura degli articoli contenuti nel volume e per la loro impaginazione.

Riferimenti bibliografici

Hattie, J. (2008). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London & New York: Routledge.

Hattie, J. (2012). *Visible learning for teachers: Maximizing impact on learning*. London & New York: Routledge.

Hattie, J. (2016). *Apprendimento visibile, insegnamento efficace: Metodi e strategie di successo dalla ricerca evidence-based*. Edizioni Centro Studi Erickson.

Micheletta, S. (2013). Recensione dei libri “John Hattie, Visible Learning. A synthesis of over 800 meta analyses relating to achievement. London & New York: Routledge (2009)” e “John Hattie, Visible Learning for teachers. Maximizing impact on learning. London & New York: Routledge (2012)”. *Form@re*, Numero 2, Volume 13. Retrieved from <https://flore.unifi.it/retrieve/handle/2158/845300/196355/johnhattie.pdf>.

IL PROGETTO OCSE-PISA: FINALITÀ, ANALISI DELLE CRITICITÀ ED ELABORAZIONE DI PROVE ORIGINALI

MATTIA BRESCIA¹

1.1. Il Progetto OCSE-PISA: caratteristiche e finalità

Il progetto PISA (Programme for International Student Assessment) fu avviato nel 1997 da parte dei paesi aderenti all'OCSE (Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico). Lo scopo era ed è tutt'oggi quello di monitorare l'efficacia dei sistemi scolastici vagliandone i risultati ottenuti in termini di livello di apprendimento degli studenti, misurati all'interno di un quadro di riferimento condiviso a livello internazionale.

Il progetto PISA si innesta in un quadro teorico molto ricco e si avvale del contributo di esperti dei Paesi aderenti garantendo che gli strumenti di valutazione adottati siano validi a livello internazionale e tengano conto del contesto culturale e curricolare dei paesi membri dell'OCSE; abbiano solide basi metodologiche; diano risalto all'azione educativa in termini di efficienza/efficacia.

L'efficacia dei sistemi scolastici è valutata attraverso la somministrazione di prove a studenti dell'età di quindici anni perché a quest'età, nella maggior parte dei paesi OCSE, gli studenti sono vicini al termine dell'obbligo scolastico e, di conseguenza, proprio in questa fase si può tentare di misurare le conoscenze, le abilità e gli atteggiamenti accumulati in quasi dieci anni di istruzione. Gli studenti non sono valutati sulle conoscenze disciplinari ma sulle competenze intese come un sistema coordinato di conoscenze e abilità che sono mobilitate dal soggetto in relazione ad uno scopo (un compito, un insieme di compiti o un'azione) che lo interessano e che favoriscono buone

¹ Università di Napoli "Federico II".

disposizioni interne motivazionali e affettive. La scelta dei contenuti da proporre agli studenti verte sull'obiettivo di valutare negli studenti stessi quelle competenze di base indispensabili per una formazione culturale del cittadino che rispondono alle necessità etiche e sociali riconosciute e condivise come porsi e risolvere problemi, progettare e costruire modelli di situazioni reali, esprimere adeguatamente informazioni, intuire e immaginare, creare collegamenti tra conoscenze diverse spendibili poi nella vita quotidiana.

Un secondo obiettivo che si prefigge PISA è quello di poter interpretare i dati ottenuti per mettere in atto politiche efficaci a livello di indicazioni ministeriali.

Un terzo obiettivo, infine, è quello di monitorare gli sviluppi delle politiche educative stesse e gli effetti di eventuali riforme locali o comunitarie.

Ogni ciclo PISA si articola su quattro fasi che si svolgono nel corso di quattro anni: ideazione del test (primo anno), indagine pilota per affinare il test (secondo anno), somministrazione del test agli studenti dei Paesi aderenti (terzo anno), preparazione dei risultati con elaborazione dei dati a livello nazionale e internazionale (quarto anno).

Gli ambiti didattico-educativi in cui PISA ha stabilito di operare sono la *literacy* scientifica, la *literacy* in lettura, la *literacy* Matematica e il *problem solving*.

PISA definisce la *literacy* Matematica nel modo seguente: La *literacy* Matematica è la capacità di un individuo di individuare e comprendere il ruolo che la Matematica gioca nel mondo reale, di operare valutazioni fondate e di utilizzare la Matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondono alle esigenze della vita di quell'individuo in quanto cittadino impegnato, che riflette e che esercita un ruolo costruttivo.

In PISA l'ambito della *literacy* Matematica riguarda la capacità degli studenti di analizzare, di ragionare e di comunicare idee in modo efficace nel momento in cui essi pongono, formulano, risolvono e spiegano la soluzione di problemi matematici in una molteplicità di situazioni. La rilevazione PISA focalizza dunque l'attenzione su problemi del mondo reale e non si limita al tipo di problemi e di situazioni che generalmente si affrontano nelle aule scolastiche.

Le basi teoriche su cui sembrano innestarsi tali rilevazioni è l'idea costruttivista secondo cui tutto il processo di insegnamento-apprendimento dovrebbe basarsi sulla partecipazione attiva degli studenti nel *problem solving* e lo sviluppo di un pensiero critico per quanto riguarda un'attività di apprendimento che trovano motivante e coinvolgente. Gli studenti "costruiscono" le proprie conoscenze da idee di prova e approcci basati sulla loro conoscenza e esperienze precedenti applicando queste nuove situazioni,

e integrando le nuove conoscenze acquisite con costrutti intellettuali preesistenti.

La competenza in Matematica è valutata in relazione a:

1. Contenuto matematico, definito in primo luogo in riferimento a quattro “idee chiave” o “categorie di contenuto” – quantità, spazio e forma, cambiamento e relazioni, incertezza – e, solo secondariamente, in relazione a taluni elementi del curriculum quali, ad esempio, i numeri, l'algebra e la geometria;
2. processi matematici, definiti attraverso le competenze matematiche generali. Fra questi, la capacità di servirsi del linguaggio matematico, quella di modellizzare e quella di risolvere problemi.
Tali abilità, tuttavia, non sono verificate attraverso singoli quesiti, ma si tende piuttosto ad organizzare le domande in termini di “competenze” che definiscono il tipo di abilità di ragionamento richiesta;
3. situazioni in cui la Matematica è utilizzata, definite in relazione alla loro maggiore o minore distanza dall'esperienza diretta degli studenti. A tale proposito il quadro di riferimento individua cinque situazioni: personale, scolastica, occupazionale, pubblica e scientifica (Quadro di riferimento PISA 2006).²

In PISA 2012, i domini prevalenti sono stati Matematica e *problem solving*. Rispetto ai precedenti cicli la definizione di queste due competenze è stata riformulata. Per competenza Matematica (*mathematical literacy*) si intende la capacità di un individuo di utilizzare e interpretare la Matematica e di darne rappresentazione mediante formule, in una varietà di contesti. Tale competenza comprende la capacità di ragionare in modo matematico e di utilizzare concetti, procedure, dati e strumenti di carattere matematico per descrivere, spiegare e prevedere fenomeni. Aiuta gli individui a riconoscere il ruolo che la Matematica gioca nel mondo, a operare valutazioni e a prendere decisioni fondate che consentano loro di essere cittadini impegnati, riflessivi e con un ruolo costruttivo. Per *problem solving* si intende la capacità di un individuo di mettere in atto processi cognitivi per comprendere e risolvere situazioni problematiche per le quali il percorso di soluzione non è immediatamente evidente. Questa competenza comprende la volontà di

² OCSE-PISA (2006). Valutare le competenze in scienza, lettura e Matematica. Quadro di riferimento di PISA 2006. Retrieved from https://www.invalsi.it/invalsi/rn/odis/doc/Quadro_riferimento_PISA2006.pdf.

confrontarsi con tali situazioni al fine di realizzare le proprie potenzialità in quanto cittadini riflessivi e con un ruolo costruttivo.

PISA 2015 (sesta edizione di PISA), come nel 2006, ha avuto la competenza scientifica (*scientific literacy*) come dominio principale. Per competenza scientifica si intende non soltanto il possesso di specifiche conoscenze in ambito scientifico e di specifiche abilità tipiche della conoscenza scientifica, ma anche la capacità di utilizzare in modo funzionale tali conoscenze e tali abilità per affrontare e risolvere problemi con cui abitualmente ci si trova di fronte in contesti di vita reale, quotidiana.

PISA 2018 ha avuto come dominio principale la competenza in lettura (*reading literacy*), che si riferisce alla comprensione, all'utilizzo e alla riflessione su testi scritti al fine di raggiungere i propri obiettivi, di sviluppare le proprie conoscenze e le proprie potenzialità e di svolgere un ruolo attivo nella società. La *reading literacy* non rappresenta un'abilità che si acquisisce unicamente nell'infanzia, durante i primi anni di scuola, ma un insieme di conoscenze, abilità e strategie in continua evoluzione, che gli individui sviluppano nel corso della vita, attraverso le interazioni con i pari e con i gruppi più ampi di cui fanno parte. Oltre alle prove di lettura gli studenti coinvolti risponderanno anche a quesiti relativi alle competenze funzionali di Matematica e di scienze già utilizzati nelle precedenti edizioni di PISA.

1.2. Il Quadro di Riferimento PISA 2012

Il quadro di riferimento di PISA 2012³ per la Matematica presenta alcune differenze rispetto al precedente quadro di PISA 2003. Anche la definizione di competenza Matematica è in parte stata modificata. Per il PISA 2012 per competenza Matematica si intende:

la capacità di un individuo di utilizzare e interpretare la Matematica, di darne rappresentazione mediante formule, in una varietà di contesti. Tale competenza comprende la capacità di ragionare in modo matematico e di utilizzare concetti, procedure, dati e strumenti di carattere matematico per descrivere, spiegare e prevedere fenomeni. Aiuta gli individui a riconoscere il ruolo che la Matematica gioca nel mondo, a operare valutazioni e a prendere decisioni fondate che consentano loro di essere cittadini impegnati, riflessivi e con un ruolo costruttivo.

³ OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. OECD Publishing.

Il costrutto della competenza Matematica, così come definita da PISA, pone fortemente l'accento sulla necessità di sviluppare le capacità degli studenti a utilizzare la Matematica in un contesto di vita reale e, per poter raggiungere tale capacità, è importante che gli studenti abbiano delle esperienze significative durante le lezioni di Matematica in classe.

Nella definizione di competenza Matematica si sottolinea l'importanza del coinvolgimento attivo in Matematica e tale coinvolgimento deve comprendere il ragionamento matematico e l'uso di concetti, procedure, fatti e strumenti matematici per descrivere, spiegare e prevedere fenomeni. In particolare, i verbi “formulare”, “utilizzare” e “interpretare” indicano i tre processi nei quali gli studenti saranno coinvolti nel momento in cui risolvono problemi in moto attivo.

In particolare, il processo di *Formulare* indica quanto efficacemente gli studenti siano in grado di riconoscere ed identificare le opportunità di utilizzare la Matematica in situazioni problematiche e successivamente fornire la struttura Matematica necessaria che serve per esprimere il problema contestualizzato in una forma Matematica.

Il processo di *Utilizzare* indica quanto gli studenti siano in grado di effettuare calcoli e manipolazioni e applicare i concetti e i fatti che conoscono per arrivare ad una soluzione Matematica di un problema formulato Matematicamente.

Infine il processo di *Interpretare* indica quanto gli studenti siano in grado di riflettere in modo efficace su soluzioni e conclusioni matematiche, interpretandole in un contesto di un problema della vita reale, e determinare se i risultati o le conclusioni a cui si è giunti siano ragionevoli.

Affinché fosse possibile misurare il grado di competenza di uno studente attraverso il modo in cui egli utilizza conoscenze e abilità matematiche per risolvere i problemi di vita reale, è stato necessario che le prove fossero costruite tenendo conto di tre aspetti tra loro interconnessi:

- I processi matematici sopra menzionati che descrivono cosa gli individui fanno per collegare il contesto del problema alla Matematica e quindi risolvere il problema, e le capacità che sottostanno a questi processi. In particolare, le sette capacità matematiche utilizzate in questo QdR sono: comunicazione, matematizzazione, rappresentazione, ragionamento e argomentazione, escogitare strategie per risolvere problemi, usare un linguaggio simbolico formale e tecnico e operazioni, usare strumenti matematici.
- I contenuti matematici che sono gli stessi utilizzati nelle rilevazioni precedenti:

1. Quantità (si riferisce principalmente all'aritmetica);
2. Spazio e forma (si riferisce principalmente alla geometria);
3. Cambiamento e relazioni (si riferisce principalmente all'algebra);
4. Incertezza e dati (si riferisce principalmente alla statistica e probabilità).

Attraverso di essi è stato possibile articolare il contenuto matematico in un numero di aree sufficiente a garantire che i quesiti delle prove fossero distribuiti su tutto il curriculum e che, allo stesso tempo, il loro numero fosse sufficientemente ridotto da evitare distinzioni troppo minuziose che avrebbero impedito di prendere in considerazione problemi fondati su situazioni reali.

- I contesti nei quali sono ambientati i quesiti. Un aspetto importante della competenza Matematica è il fatto che la Matematica è strettamente connessa alla risoluzione di problemi ambientati in un determinato contesto. Per gli scopi del quadro di riferimento del PISA 2012 sono state definite quattro categorie di contesti: personale, occupazionale, pubblica, scientifica.

Infine, un'altra caratteristica delle prove è il loro livello di difficoltà che varia dal livello 1 (il livello più basso) al livello 6 (il livello più alto). La padronanza tipica di ciascun livello può essere descritta in base alle competenze matematiche che lo studente deve possedere per raggiungere quel determinato livello e per essere, quindi, in grado di risolvere i quesiti corrispondenti a quel livello.

1.3. Quadri nazionali e internazionali

Come già messo in evidenza, uno degli obiettivi del progetto PISA è di compiere rilevazioni e, mediante queste, di aiutare ad appianare gli eventuali svantaggi locali messi in luce. Dalle analisi quantitative e qualitative delle distanze internazionali nelle risposte alle prove emergono così eventuali criticità su cui dovrà possibilmente esprimersi il legislatore nazionale. I punti focali su cui stabilire un percorso di miglioramento sono molteplici e non ultimo tra questi l'eventuale e talvolta notevole disparità tra regioni di uno stesso stato. Ognuno dei paesi membri ha dunque interesse nel rapportarsi alla comunità in modo da avere un metro di paragone per migliorarsi a livello locale e, dunque, in ultima analisi, a livello nazionale.