

MATEMATICHE COMPLEMENTARI

FONDAMENTI, STORIA E DIDATTICA DELLA MATEMATICA

Direttore

Emilia FLORIO

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università della Calabria

Direttore onorario

Luigi MAIERÙ

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università della Calabria

Comitato scientifico

Aldo BRIGAGLIA

Dipartimento di Matematica
Università degli Studi di Palermo

Bruno D'AMORE

NRD (Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica)
Dipartimento di Matematica, Università di Bologna

Luca DELL'AGLIO

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università della Calabria

Martha Isabel FANDIÑO PINILLA

NRD (Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica)
Dipartimento di Matematica, Università di Bologna

Massimo GALUZZI

Dipartimento di Matematica
Università degli Studi di Milano

MATEMATICHE COMPLEMENTARI

FONDAMENTI, STORIA E DIDATTICA DELLA MATEMATICA



La matematica altri non è che il lato esatto del nostro pensiero.

Luitzen Egbertus Jan BROUWER

La collana è dedicata a studi e ricerche sui Fondamenti, sulla Storia e sulla Didattica della Matematica, dando rilievo agli aspetti culturali di questa disciplina, cogliendone le variegate espressioni e approfondendo la sua incidenza nella formazione umana e disciplinare. La collana, perciò, accoglie:

- studi sui Fondamenti della Matematica e la loro storia;
- ricerche di Storia della Matematica (sviluppo storico di idee e metodi, corrispondenze tra matematici, edizioni critiche di manoscritti, ecc. . .);
- proposte di percorsi dai contenuti storici a una loro riproposizione didattica;
- scritti di divulgazione dei contenuti matematici e della loro incidenza nello sviluppo di altre scienze;
- riflessioni sugli aspetti generali della Didattica della Matematica (dall'antropologia alle scienze psico-pedagogiche e alle neuroscienze);
- proposte di Didattica della Matematica relative a modalità differenti di attività didattiche in una classe di alunni;
- proposte di Didattica della Matematica con l'uso costante di nuove tecnologie.

Per l'eventuale inserimento in collana, ogni opera viene sottoposta alla valutazione del Comitato Scientifico e di esperti del settore, qualora necessario.

Classificazione Decimale Dewey:

510.92 (23.) MATEMATICA. Persone

EMILIA FLORIO
LUIGI MAIERÙ

EUTOCIO DI ASCALONA E L'ARCANA MELODIA DELLA MATEMATICA DI ARCHIMEDE





ISBN
979-12-218-1717-1

PRIMA EDIZIONE
ROMA 10 FEBBRAIO 2025

Indice

- 9 *Introduzione*
- 23 *Capitolo I*
La parabola storica e culturale di Alessandria nel Mare Medi-
terraneo dal suo sorgere al suo declino
1.1. Introduzione, 23 – 1.2. Alcuni tratti della storia di Alessandria, 25 – 1.3. Il Museo,
la Biblioteca e le Scuole, 37 – 1.4. La Scuola di matematica, 50 – 1.5. L'immagine di
Alessandria nei secoli, 63 – 1.6. Conclusioni, 66
- 69 *Capitolo II*
Eutocio di Ascalona, maestro di matematica
2.1. Introduzione, 69 – 2.2. La formazione di Eutocio e i suoi interessi culturali tra
filosofia e matematica, 73 – 2.3. Eutocio, maestro e direttore della Scuola di matema-
tica: alla ricerca di un sapere perduto tramite la scoperta dei classici, 76 – 2.4. Alla
ricerca di stimoli per nuove creazioni matematiche. La scelta degli scritti di Archi-
mede e di Apollonio, 85 – 2.5. I due momenti storici della composizione dei commenti
agli scritti di Archimede e agli *Elementi conici* di Apollonio, 90 – 2.6. Conclusioni,
106
- 111 *Capitolo III*
L'arcana melodia della matematica di Archimede affascina
Eutocio
3.1. Introduzione, 111 – 3.2. Archimede tra mito e storia, 115 – 3.3. Le opere mate-
matiche di Archimede, l'approccio ai problemi e la ricerca di un metodo dimostrativo,
124 – 3.4. La composizione de *La sfera e il cilindro*, la scelta delle proposizioni dei
due libri e l'articolazione delle dimostrazioni e delle soluzioni, 156 – 3.5. Il contenuto
del libro I de *La sfera e il cilindro* e il legame tra il cilindro, il cono e la sfera, 159 –
3.6. Il libro II de *La sfera e il cilindro*: i problemi proposti e risolti, 192 – 3.7. Con-
clusioni, 214

219 Capitolo IV

I caratteri specifici del commento di Eutocio a La sfera e il cilindro

4.1. Introduzione, 219 – 4.2. Le linee culturali dell'attività didattica di Eutocio, 221 – 4.3. La lettura dei libri de *La sfera e il cilindro* nel contesto dello sviluppo culturale e storico della matematica, 223 – 4.4. L'antologia attorno alla soluzione del problema della doppia proporzionale, 242 – 4.4.1. *La soluzione di Platone*, 248 – 4.4.2. *Le soluzioni di Erone di Alessandria e di Filone di Bisanzio*, 249 – 4.4.3. *La soluzione di Apollonio di Perga*, 252 – 4.4.4. *La soluzione di Diocle di Karistos*, 254 – 4.4.5. *La soluzione di Pappo di Alessandria*, 256 – 4.4.6. *La soluzione di Sporo di Nicea*, 259 – 4.4.7. *La soluzione di Menecmo di Apeconesso*, 261 – 4.4.8. *La soluzione di Archita di Taranto*, 264 – 4.4.9. *La soluzione di Eratostene di Cirene*, 266 – 4.4.10. *La soluzione di Nicomede di Pergamo*, 271 – 4.5. La ricostruzione testuale della soluzione del lemma del *problema del quadrato*, 278 – 4.5.1. *La soluzione della prop. II 4, il commento di Eutocio e la sua soluzione del lemma*, 280 – 4.5.2. *Le soluzioni di Dionisodoro e di Diocle della prop. II 4*, 297 – 4.6. Conclusioni, 311

315 Capitolo V

Il senso del commento di Eutocio nella tradizione

5.1. Introduzione, 315 – 5.2. La trasmissione degli scritti archimedei e del commento di Eutocio, 319 – 5.3. Il commento di Eutocio una chiave di lettura de *La sfera e il cilindro*, 324 – 5.4. Il commento di Eutocio prototipo per lo studio storicamente fondato delle idee matematiche, 326 – 5.5. Conclusioni, 327

331 *Conclusioni*

Introduzione

Avere a che fare quasi quotidianamente con testi di matematica storicamente datati è per noi occasione per riflettere su alcuni caratteri generali che hanno segnato lo sviluppo di questa disciplina di epoca in epoca. Le conoscenze gradualmente acquisite nel corso degli anni, necessarie e indispensabili per dare una collocazione scientificamente motivata ai testi e contribuire alla loro ricostruzione storica ed ermeneutica nel contesto dello sviluppo delle idee, favoriscono una migliore comprensione dell'oggetto degli stessi testi e, nello stesso tempo, ci fanno registrare pensieri, suggestioni e domande che, il più delle volte, rimangono al margine della ricerca storica e matematica.

La familiarità con i testi e la riflessione attorno a essi ci fa rendere conto di quanto sia grande l'armonia che regge ed esprime la matematica nel suo sviluppo, di come sia significativa la melodia che intellettualmente si percepisce (è una *percezione* della mente, non dei sensi) come caratteristica propria di specifiche tematiche elaborate da ogni singolo matematico, di quanto sia allettante individuare ogni cadenza che ritma i passaggi logici del discorso matematico, passando dall'uno all'altro e percependo le singole frequenze che riempiono ogni cadenza.

Parlando di matematica e della sua storia, considerando i differenti contesti in cui le idee si sviluppano e si affermano, può sembrare anomalo o fuori posto usare l'espressione *percezione della mente*, facendo riferimento in questa ricerca soltanto a ciò che si considera e si avverte nell'attività intellettuale, anche se ciò comporta il coinvolgimento di tutta la persona (nei limiti del possibile, attività immaginativa, aspetti psicologici ed emotivi, ecc.).

Con il termine *percezione* intendiamo ciò che viene prodotto in maniera definitiva nel corso dell'attività intellettuale. Anche se questo termine può sembrare inadeguato, forse è quello che ci fa rendere conto più da vicino di ciò che avviene nel nostro intelletto.

L'uso ordinario e consueto dei termini *armonia*, *melodia*, *cadenza*, *frequenza*, in un contesto musicale in cui essi assumono pieno valore e danno senso a espressioni musicali specifiche, spinge a riflettere su un

eventuale parallelo tra creazioni musicali e creazioni matematiche. Adoperando questi termini in rapporto a creazioni ed elaborazioni matematiche, ci si rende conto che essi consentono di esprimere ciò che la mente avverte quando si trova di fronte a elaborazioni matematiche, siano esse correlate a una teoria o a una sua parte o a una dimostrazione di un teorema o a una soluzione di un problema, fino a indicarne quali siano le espressioni, che denotiamo con frequenze, all'interno di una dimostrazione o di una soluzione. Ciò consente di parlare di *bellezza* e di *estetica* della e nella matematica, collocando sotto questi termini l'armonia, che sostanzia ciò che chiamiamo "bello", e le melodie, che fanno dire se un'elaborazione è esteticamente soddisfacente e all'interno delle quali è possibile cogliere le eventuali cadenze e frequenze. Ci rendiamo conto che, nel contesto della matematica, queste specificazioni sono soggettive, essendo molto problematico avventurarsi nella ricerca di criteri scientifici che giustifichino l'uso di questi termini al di fuori del contesto musicale. Questa premessa non si limita a una nostra espressione generale ma induce a cercare e analizzare situazioni, tra loro correlate, in cui ciò assume un senso e può trovare una giustificazione.

In questo scritto consideriamo le elaborazioni matematiche di Archimede (III sec. a. C.), ponendo l'accento su alcuni loro aspetti, che racchiudiamo sotto il titolo *arcana melodia della matematica*. Negli scritti del matematico siracusano si individuano aspetti che attirano l'attenzione dei posteri di secoli differenti, fino a oggi, facendo parlare della *modernità* del pensiero di Archimede rispetto a quello di altri matematici. Tra loro un posto di rilievo è riconosciuto da secoli a Eutocio di Ascalona (V-VI sec. d. C.), che commenta *La sfera e il cilindro*, *La Misura del cerchio* e *L'equilibrio delle figure piane* di Archimede e gli *Elementi conici* di Apollonio di Perga.

È evidente che dovrebbe essere specificato in cosa consista questa modernità, indicando qualche suo carattere e in quale misura essa sia percepita da matematici diversi e in secoli differenti. Dovrebbe anche essere indicato quale ruolo un *commento* abbia rispetto a uno scritto precedentemente elaborato e come si distingua il commento dall'*esegesi* del testo, da una parte, e dalla *parafrasi* o dal *riassunto*, dall'altra.

Nel corso della traduzione degli scritti di Archimede viene riconosciuto il carattere scientifico del commento di Eutocio, tanto da ritenere che la sua traduzione debba accompagnare la traduzione degli scritti

archimedei, come possiamo verificare nella traduzione di William/Guglielmo di Morbeke (sec. XIII). Successivamente, il comportamento di Eutocio è di stimolo per altri, come testimonia, ad esempio, Giorgio Valla nell'opera postuma *De expetendis et fugiendis rebus...* del 1501. Come afferma Iohan Ludvig Heiberg nell'edizione teubneriana *Archimeds opera omnia cum commentariis Eutocii*, il commento di Eutocio è nei *codici A* (seguito da Giorgio Valla) e *B* (detto *Ottoboniano* lat 1850, in cui vi è la traduzione autografa di Guglielmo di Morbeke), mentre non è presente nel *codice C* (cod. 355 riscritto da Metochio di Costantinopoli del Monastero del Santo Sepolcro di Gerusalemme del sec. X). Recentemente il *codice C* è stato oggetto di molta attenzione da parte di studiosi, come si legge nel volume *The Archimedes Codex* (tradotto in italiano con *Il codice perduto di Archimede*) di Reviel Netz e William Noel del 2007.

L'attività del matematico Eutocio è da collocarsi su un piano diverso rispetto a quella del matematico Archimede. Questa affermazione è suffragata da differenti motivazioni.

Secondo le notizie riscontrate in alcuni scritti dell'antichità, Archimede era di famiglia nobile, per cui non era né sarebbe diventato un insegnante di matematica. Un matematico, infatti, era anche insegnante nella misura in cui aveva bisogno di uno stipendio per sostenere se stesso e la propria famiglia.

Avanziamo l'ipotesi che Eutocio fosse direttore della Scuola di matematica di Alessandria. Svolgendo questo compito, prevedibilmente organizzava attività didattiche di vario genere.

Inoltre, è da tenere presente che dalle generazioni future Archimede sarà ritenuto un *matematico moderno*, pur essendo vissuto molti secoli prima, mentre, parlando di Eutocio, non si andrà al di là dell'attività di *direttore* di quella Scuola.

Così, da una parte abbiamo un matematico dalle straordinarie capacità intellettive e immaginative, impegnato a elaborare matematica pura e applicata, dall'altra un cultore di matematica che si prefigge di trasmettere ai suoi allievi la matematica dei grandi, non solo quella da loro ascoltata quotidianamente in qualche aula del Museo di Alessandria.

Ci troviamo di fronte a due momenti storici differenti, in ognuno dei quali sono espresse realtà molto diverse tra loro, delle quali è opportuno individuare alcune coordinate che danno la possibilità di rendersi conto

di quali siano gli elementi che caratterizzano i rispettivi contesti culturali.

Il primo periodo storico (secc. III-II) dell'attività del Museo e della Biblioteca di Alessandria è un tempo prezioso durante il quale si assiste all'elaborazione e alla trasmissione della cultura che esprime una visione nuova del mondo e dell'umanità tra le due sponde del Mediterraneo. In ragione della loro collocazione geografica, ciò avviene anche ad Atene, a Perga (o Pergamo), a Rodi e, nella parte occidentale dello stesso mare, in numerose colonie italiche (Taranto, Metaponto, Sibari, Crotone, Locri, Reggio, Siracusa, Taormina, Messina, Akragas, Selinunte, Elea, Paestum, Neapolis, ...), centri di cultura e di umanità, dove fervono elaborazioni nuove e scuole eccellenti.

Sono secoli in cui avviene un grande sviluppo culturale su fronti differenti, da quello matematico a quello della filosofia naturale, dell'astronomia, dell'ottica, dell'ingegneria, della medicina, della filosofia tout court, della grammatica, della retorica, della poesia, del teatro, della scultura e delle altre arti. Oggi si trovano innumerevoli tracce di ciò che questa cultura ha espresso.

Di ciò che avviene nei secc. V-VI conosciamo poco. Possiamo affermare che sono tempi di declino su tutti i fronti.

Si trasmette e si tramanda ciò che nei secoli precedenti è stato espresso, senza registrare elaborazioni di pensieri e di idee nuove, nei diversi campi del sapere e nelle arti, tali da incidere sulla trasmissione alle future generazioni. Questa affermazione, che sembra esprimere un giudizio negativo sulla produzione culturale di questi secoli, è sostenuta dal fatto che nelle Biblioteche esistono pochi manoscritti di opere redatte in quel periodo storico. Inoltre, non troviamo elementi che possano essere messi a confronto con la ricchezza e la bellezza espressa nei primi secoli del periodo ellenistico.

Sopravvivono le Scuole, che gradualmente vanno verso il loro esaurimento culturale. Ciò è registrato specificamente per l'Accademia e per il Liceo di Atene e per le diverse Scuole di Alessandria.

Alle generazioni future sono tramandati pochi nomi che eccellono in alcune scienze, come quelli di Teone, di Ipazia sua figlia, di Antemio di Tralla, di Isidoro di Mileto, di Ammonio e di Eutocio di Ascalona. Tra questi nomi non figurano matematici le cui elaborazioni abbiano dato un apporto significativo allo sviluppo di nuove o consolidate idee matematiche. Come la tradizione attesta, tra costoro troviamo commen-

tatori di scritti matematici, come Teone ed Eutocio, un eccellente studioso degli *Elementi*, Isidoro di Mileto, a cui è attribuita la composizione del libro XV degli *Elementi*, dedicato alla costruzione dei poliedri regolari e allo studio delle relazioni tra gli elementi (spigoli, angoli solidi, diedri) che li caratterizzano. Isidoro, inoltre, raccoglie e diffonde i commenti di Eutocio agli scritti archimedei. Poche notizie si hanno su Ipazia, figlia di Teone. Viene detto che commenta gli *Elementi conici* di Apollonio e i *Libri aritmetici* di Diofanto e che compone un *Canone astronomico*. La sua figura di donna, di matematica, di astronoma e di filosofa, e la sua morte da parte di fanatici cristiani fanno di lei un simbolo della libertà e dei diritti. Innumerevoli sono oggi le composizioni letterarie e teatrali che inneggiano alla sua grandezza e ai valori da lei espressi.

Riflettendo sulla storia del periodo ellenistico e sul ruolo che Alessandria ha come centro culturale nel Mare Mediterraneo, pensiamo di avere individuato un nesso tra i primi e gli ultimi secoli, cioè tra i secc. III-II e i secc. V-VI, circa il ruolo del Museo, della Biblioteca e delle Scuole in rapporto alla matematica.

Nei primi secoli si elaborano idee, mentre nei secondi lo sviluppo di queste idee è ritenuto un sapere consolidato e un punto di riferimento sicuro per la crescita culturale. Ciò che la tradizione trasmette e le generazioni successive accettano indica la consapevolezza di essere in uno stato culturale lontano da quello in cui quelle idee sono nate e si sono sviluppate. Studiando la tradizione matura e cresce la speranza che qualcuno trovi la forza per esprimere uno spessore scientifico che avvii verso nuove e significative elaborazioni.

Per rendersi conto della natura e dell'espressione di questo nesso si possono cercare le risposte ad alcune questioni che specificano la prima situazione, nella quale l'attenzione è concentrata su Archimede e sui suoi scritti, e mettere anche in luce la motivazione dell'impegno registrato nella seconda situazione considerando gli scritti di Eutocio.

Si può dunque cercare di motivare perché costui sceglie di redigere commenti ad alcune opere dei secoli passati, punte di diamante della tradizione formatasi in pochi secoli attorno agli scritti di matematici ritenuti *grandi*, convinto che non sia possibile far compiere un ulteriore progresso allo sviluppo delle idee matematiche senza avere un confronto diretto con quegli scritti.

Innumerevoli sono i volumi e gli articoli (scientifici e divulgativi) attorno al personaggio Archimede, agli scritti matematici e alla tradizione archimedeica, nella quale si registra l'incidenza delle elaborazioni del matematico siracusano sullo sviluppo di idee e di teorie nel corso dei secoli.

La lettura degli scritti archimedei pone al lettore domande e questioni relative ad Archimede, uomo impegnato nel contesto della sua città, alla sua formazione scientifica (in particolare quella matematica) e all'attività di questo matematico eminentemente creativo.

Informazioni rilevanti sono date direttamente da lui nelle lettere o dediche di alcuni degli scritti, da cui si rileva il suo interesse per i problemi matematici e in cui si fa cenno ai metodi risolutivi messi in atto nella soluzione. In alcune di queste lettere si coglie il nesso tra i problemi e i teoremi formulati in un primo momento e i problemi risolti e i teoremi dimostrati in un secondo momento.

Ci chiediamo quale percezione Archimede abbia della *congruità* di problemi e di teoremi, intendendo con questo termine la sensazione che un problema o un teorema formulato abbia senso nel contesto della matematica e possa essere risolto o dimostrato. Confrontando ciò che è formulato con ciò che in uno degli scritti è proposto, essendo il formulato e il proposto strettamente legati tra loro, si avverte la necessità di comprendere, nei limiti del possibile, quale sia l'eventuale criterio che faccia ritenere un problema o un teorema congruo al linguaggio e alla formulazione epistemologica specifici della matematica. Ciò è presupposto essenziale per poi indicare i caratteri propri del *metodo meccanico* e quelli del *metodo geometrico*, specificando l'articolazione dell'uno e dell'altro metodo e il collegamento dell'uno e dell'altro con la *verità matematica*.

Pensiamo che le risposte alle questioni precedenti possano trovarsi avvicinandosi alla lettura degli scritti archimedei con libertà interiore, superando l'eventuale illusione di trovarsi di fronte a scritti che presentano una modernità e un'attualità come quella che, in genere, un cultore di matematica e un matematico cercano in qualunque testo di natura matematica.

È chiaro che è possibile considerare una qualunque proposizione di Archimede (o di qualunque altro matematico del passato) e leggerla nel contesto e con il linguaggio formale della matematica dei nostri giorni. Questa è una libertà inalienabile, a condizione che con questa operazione non si pretenda di dare della proposizione presa in esame la lettura

più coerente con la prima formulazione, quella data da colui che per primo l'ha enunciata. Affermiamo ciò convinti che qualunque testo antico meriti rispetto per come è e che debbano essere fatte le necessarie scelte perché da quel testo emerga chiaramente lo scopo per cui esso è stato scritto. In particolare, il rispetto per il testo antico presuppone che nel momento della lettura il testo venga considerato per quello che è e per come “suona” all'orecchio del lettore, che si tenti di comprendere il contesto culturale in cui esso è pensato, maturato e redatto, che si abbiano le coordinate essenziali del periodo storico in cui vede la luce e che, infine, lo si interpreti senza stravolgerne il linguaggio e il senso matematico. Ciò presuppone che nel lettore avvenga una conversione, almeno emotiva, dal momento storico in cui si accinge a leggere un testo al momento in cui l'autore ha elaborato le idee presenti in quel testo. Si crea, così, un legame stretto tra chi legge, coinvolgendo pienamente pensieri, immaginazione, sentimenti, e il testo, che, in forza di questa azione, parla al lettore aprendo il suo scrigno davanti ai suoi occhi. Se questo legame diventa consistente, emerge con chiarezza la modernità o meno del testo che si sta esaminando.

D'altra parte, non possiamo dire che tutti i testi del passato siano moderni. Certamente lo possiamo affermare di alcuni di essi, tra i quali occupano un posto di estremo rilievo quelli di Archimede. È, perciò, importante e fattore di crescita intellettuale cercare e ricercare in cosa consista la loro *modernità*, se in rapporto alla composizione o, piuttosto, in rapporto alle scelte compiute dal matematico Archimede.

È senza dubbio utile impiegare del tempo per cercare di individuare un eventuale criterio di scelta delle proposizioni che compongono uno specifico scritto, di familiarizzare con l'articolazione delle dimostrazioni dei teoremi e delle soluzioni dei problemi, di rispondere alla domanda di senso della scelta di lemmi fatta dall'autore all'interno di una dimostrazione o di una soluzione.

Altre questioni riguardano lo svolgersi dell'attività matematica di Archimede. Ci chiediamo, tra l'altro, in quale luogo ciò sia avvenuto, se solo a Siracusa o se prima ad Alessandria e poi a Siracusa, come qualcuno ha ipotizzato, e chi siano stati i suoi quotidiani interlocutori, oltre a quelli i cui nomi compaiono nelle lettere dedicatorie (Conone, Dositeo, Eratostene). Nello stesso tempo, sarebbe opportuno distinguere i fatti storici relativi alla sua vita e alla sua attività dal linguaggio in cui la loro narrazione è avvolta, a cominciare dalla sua morte. È, perciò, importante, nel rapporto tra mito e storia, il significato del verbo

mitologizzare (diverso da *mitizzare*), indicando con questo termine l'operazione con cui fatti storici vengono avvolti da un linguaggio mitico. Quest'ultima questione riguarda poco Archimede matematico, essendo un problema storico letto con strumenti semiotici e semantici moderni.

Le questioni ora espresse dovrebbero fare comprendere l'importanza di alcuni suoi scritti, a cominciare dal ruolo che *La sfera e il cilindro* e *La misura del cerchio* hanno nella trasmissione tout court della matematica nei secoli. In seguito fermeremo l'attenzione soprattutto su *La sfera e il cilindro* per il ruolo che questo scritto ha nell'attenzione di Eutocio e nella tradizione matematica posteriore.

Le domande e le questioni che poniamo considerando i secc. V-VI sono molto differenti dalle precedenti, semplicemente perché i tempi sono diversi.

Così, è evidente, ad esempio, che il ruolo svolto dal Museo e dalla Biblioteca di Alessandria nei secc. III-II, periodo in cui vive Archimede, è fondamentale e centrale nello sviluppo della cultura mediterranea, che diventa talmente solida e consistente da reggere fino a oggi. È sufficiente considerare Euclide e gli *Elementi*, Archimede e i suoi scritti, Apollonio e gli *Elementi conici*, trascurando gli altri scritti di Euclide e di Apollonio e quelli di altri pur importanti matematici coevi.

Il ruolo del Museo e della Biblioteca non è più centrale nel corso dei secc. V-VI. Sembra che queste strutture abbiano perso quella capacità attrattiva che nei primi secoli della loro esistenza aveva portato ad Alessandria alunni di diverse regioni mediterranee, tanto da fare valutare a cultori e maestri la possibilità di abbandonare il luogo di nascita o di lavoro e di studio per andare a respirare un'aria più "salubre" nella città fondata da Alessandro Magno nel 332 a. C.

Ad esempio, sfogliando e risfogliando gli *Elementi conici* di Apollonio, meditando sulle lettere dedicatorie dei diversi libri, indirizzate a persone della regione della Panfilia (nell'attuale Turkia), in cui si trova la città di Perga o Pergamo, dove Apollonio è nato e si è probabilmente formato, abbiamo cercato di capire perché egli abbia lasciato questa città, bene accreditata come importante centro culturale, per trasferirsi ad Alessandria e qui mostrare al mondo le proprie capacità di eccellente matematico, chiamato dalle generazioni future *il geometra*. Pensiamo che a fondamento di questa sua scelta vi sia stata la convinzione di po-

tere esprimere al meglio nella città egiziana le proprie capacità di matematico, arrivando molto al di là di ciò che avrebbe potuto raggiungere rimanendo a Pergamo. Dalle dediche deduciamo che Apollonio sentiva la propria vita spezzata, poiché la mente lo tratteneva ad Alessandria mentre il cuore era costantemente a Pergamo.

Nei secc. V-VI non vi sono ad Alessandria grandi ricercatori in matematica ai quali rivolgersi per essere accompagnati nella formazione personale fino a essere in grado di cominciare un proprio percorso di ricerca.

Tutte le Scuole offrono le proprie attività in maniera continua.

La Scuola di filosofia, all'interno della quale o collateralmente ad essa si ipotizza venga dato ampio spazio alla Scuola di matematica, ha come direttore prima Ermia, che eccelle più come filosofo che come matematico, essendo formato e avendo collaborato con Proclo presso l'Accademia platonica di Atene prima di trasferirsi ad Alessandria, poi il successore di Ermia, suo figlio Ammonio, alunno di Proclo ad Atene, ben considerato ad Alessandria come matematico, astronomo e commentatore di testi platonici e aristotelici. Si ipotizza che Ammonio sia stato anche direttore della Scuola di matematica. Ad Ammonio succede Giovanni Filopono, l'ultimo direttore, poiché con il decreto del 529 dell'imperatore Giustiniano di Costantinopoli tutte le Scuole di filosofia dell'Impero vengono chiuse.

Ipotizziamo che Eutocio sia stato direttore della Scuola di matematica dopo Ammonio. I commenti ai tre scritti archimedei sopra citati e ai primi quattro libri degli *Elementi conici* di Apollonio lo fanno conoscere alle generazioni future.

Non è da trascurare che Proclo sia autore del *Commento al libro I degli Elementi*, ancora oggi testo fondamentale per comprendere il senso dello scritto euclideo in rapporto alla cultura dei secc. V-VI.

Il legame che unisce Ermia, Ammonio, Giovanni Filopono ed Eutocio è l'attività da loro svolta ad Alessandria e il fatto che siano stati scelti per svolgerla per la loro formazione di filosofi neo-platonici o platonizzanti e per le loro competenze matematiche. Non è secondario il legame che Ermia e Ammonio hanno avuto con Proclo e con l'Accademia platonica di Atene né è trascurabile che Eutocio sia stato alunno di Ammonio ad Alessandria.

A fianco dell'attività che Ammonio ed Eutocio svolgono come matematici presso la Scuola dovrebbe essere collocata quella di commentatori di opere del passato: di Platone e di Aristotele da parte di Ammonio, di Archimede e di Apollonio da parte di Eutocio.

In seguito cercheremo di mettere in chiaro quale differenza riscontriamo tra l'esegesi e il commento a un testo. Per ora ci limitiamo a osservare che, essendo la storia del Museo e della Biblioteca segnata fortemente dalla raccolta di copie di innumerevoli scritti, Ammonio ed Eutocio si trovano nella condizione migliore per mettere a confronto manoscritti di epoche differenti e per rendersi conto di avere sottomano i termini della formazione di una tradizione che va dagli *Elementi* e dagli altri scritti di Euclide agli scritti di Archimede, agli *Elementi conici* e agli altri scritti di Apollonio e a quelli di altri matematici coevi.

La conoscenza di questa tradizione costituisce il fondamentale stimolo per fare un ulteriore confronto tra il livello culturale ed epistemologico della matematica dei secc. III-II e quello della matematica dei secc. V-VI. Ragionando a posteriori, cioè vedendo quale sia stato il comportamento dei cultori di matematica di questi secoli e quale scelta essi abbiano operato nei confronti dei testi più antichi, espresso con e dal commento che alcuni di loro hanno fatto, si deduce che gli scritti più antichi costituiscono già in questi secoli, usando una terminologia più moderna e meno matematica, i testi *classici*, la cui conoscenza e il cui studio diventano fondamentali allo stato attuale delle conoscenze matematiche.

È evidente che, per valutare i testi e impegnarsi in un loro commento, gli autori hanno dovuto avere una visione chiara dello stato della ricerca e della didattica della matematica nei secc. V-VI, maturando, come conseguenza di questa consapevolezza, la necessità culturale di scoprire i *classici* Euclide, Archimede, Apollonio e altri, per apprendere la matematica e per ampliare il campo delle proprie conoscenze, dando una concreta opportunità a loro stessi e a ogni studioso di mettersi nelle condizioni migliori per *fare* elaborazioni che siano espressioni creative nell'ambito della matematica.

Commentare uno scritto antico è un'occasione per rispondere alla necessità di leggere i classici in modo che lo studio dei testi dia un concreto apporto culturale creativo alla formazione delle nuove generazioni. Inoltre, redigendo un commento, frutto di uno studio attento dei manoscritti di un'opera, della struttura delle proposizioni e delle loro dimostrazioni, del legame tra le une e le altre e del loro contenuto, si

persegue lo scopo di comprendere e fare comprendere il senso pieno della matematica precedentemente elaborata, recuperandone, nello stesso tempo, molta altra elaborata da matematici coevi dei matematici ritenuti classici. Infine, la stesura di un commento ha lo scopo di fornire strumenti culturali per elaborare matematica da allocare sullo stesso piano della matematica scoperta attraverso la lettura dei classici. Non abbiamo oggi elementi per affermare che questo scopo sia stato raggiunto. Possiamo, però, leggere pagine, come nel seguito metteremo in evidenza, in cui sembra che questo scopo sia stato realizzato.

In questo nostro scritto abbiamo focalizzato l'attenzione sul personaggio Archimede e sul suo lettore Eutocio.

Abbiamo cercato di precisare il periodo storico in cui ambedue, in tempi molto differenti, hanno vissuto ed espletato le proprie attività, di matematico tout court il primo e di *maestro* di matematica il secondo.

Dopo aver dato uno sguardo generale ai commenti di Eutocio ad alcune opere di Archimede e ai primi quattro libri degli *Elementi conici* di Apollonio, abbiamo preso in considerazione lo scritto di Archimede *La sfera e il cilindro*, studiando la sua composizione e il contenuto delle proposizioni dei due libri, per poi entrare nel merito del commento di Eutocio, specificandone finalità e contenuti.

Non è nostro interesse rispondere in dettaglio a eventuali domande del tipo: perché dare tanto rilievo a Eutocio, che è un matematico della decadenza? perché occuparsi della sola presentazione de *La sfera e il cilindro* di Archimede, esistendo libri e articoli che mettono in luce il percorso che egli compie dal testo enunciato al testo trasmesso, studian-done i manoscritti? perché non limitarsi alla considerazione dei *Codici A, B, C* degli scritti archimedei, come hanno fatto autori più antichi e più recenti?

Il nostro obiettivo è quello di contribuire, nei limiti del possibile, alla diffusione di conoscenze che vertono attorno alle idee fondamentali della matematica di tutti i tempi, occupandoci di una piccola questione che riguarda il rapporto tra *La sfera e il cilindro* di Archimede e il commento che ne dà Eutocio, nel tentativo di mettere in evidenza un possibile nesso agli occhi di coloro che scoprono quotidianamente il senso della bellezza della matematica.

Questo nostro scritto è articolato in cinque capitoli.

Nel cap. I presentiamo alcune considerazioni sul ruolo storico e culturale di Alessandria tra le sponde del Mare Mediterraneo, dal suo sorgere al suo tramonto. Ripercorriamo per sommi capi la storia del Museo e della Biblioteca, considerando il loro influsso sulla formazione della cultura ellenistica. Riflettiamo sulla collocazione delle Scuole, in particolare della Scuola di matematica, rispetto al Museo e alla Biblioteca e consideriamo l'importanza di queste Scuole nella trasmissione di conoscenze dal III sec. a. C. al VI sec. d. C.

Nel cap. II consideriamo la vita, la formazione e gli interessi culturali di Eutocio di Ascalona, ipotizzando la sua direzione della Scuola matematica di Alessandria in un tempo dedicato soprattutto alla ricerca di un sapere che è in procinto di perdersi definitivamente. Mettiamo in luce la sua attività di docente di matematica e di guida alla scoperta dei classici della matematica. Rispondiamo alla domanda perché la sua attenzione sia stata maggiormente concentrata su alcuni scritti di Archimede e sugli *Elementi conici* di Apollonio. Consideriamo la sua ricerca di strumenti culturali che fanno da supporto alle *creazioni* matematiche e al progetto di commentare alcuni scritti del passato. Leggiamo i suoi commenti come via per studiare scritti matematici del passato storico, specificandone il carattere che va dall'esegesi del testo al suo commento, al fine di comprendere meglio il discorso matematico espresso in essi e di renderci conto della loro collocazione didattica. Precisiamo i due momenti storici in cui sono stati composti i commenti ad alcuni scritti di Archimede e agli *Elementi conici* di Apollonio, mettendo in evidenza le affinità e le divergenze tra questi commenti.

Nel cap. III, prima di prendere in esame il commento di Eutocio, consideriamo la figura di Archimede tra mito e storia e la tradizione formatasi attorno a essa. Leggiamo le fonti antiche principali, da Plutarco a Tito Livio, a Polibio, a Cicerone, a Valerio Massimo. Riflettiamo su alcune questioni preliminari generali relative agli scritti di Archimede (le lettere dedicatorie). Specifichiamo l'approccio ai problemi e la ricerca di metodi per la loro soluzione, mettendo in evidenza la differenza tra la formulazione di un problema e la sua congruità all'interno della matematica, tra il metodo meccanico e il metodo geometrico (la verità matematica). Prendiamo in esame la composizione de *La sfera e il cilindro*, la scelta delle proposizioni dei due libri e l'articolazione delle dimostrazioni e delle soluzioni. Analizziamo il libro II de *La sfera e il cilindro*, i problemi in esso proposti e risolti. Riflettiamo sulla scelta di *lemmi* nel corso della ricerca della soluzione di un problema da parte