

## **IL NUCLEARE**

15

*Direttore*

Ettore GADIOLI

Università degli Studi di Milano

*Comitato scientifico*

Giuseppe GORINI

Università degli Studi di Milano–Bicocca

Ignazio LICATA

Institute for Scientific Methodology

Elio SINDONI

Università degli Studi di Milano–Bicocca

*Comitato redazionale*

Francesca BALLARINI

Università degli Studi di Pavia

Francesco CERUTTI

European Organization for Nuclear Research CERN

Andrea MAIRANI

Centro Nazionale di Adroterapia Oncologica

*Comitato editoriale*

Giuseppe BATTISTONI

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare

Laszlo SAJO BOHUS

Universidad Simón Bolívar

Piero CALDIROLA

International Centre for the Promotion of Science

Giuseppe GORINI

Università degli Studi di Milano–Bicocca

Ignazio LICATA

Institute for Scientific Methodology

Elio SINDONI

Università degli Studi di Milano–Bicocca

Mauro GIANNINI

Università degli Studi di Genova

## IL NUCLEARE

La Fisica Nucleare ha portato a scoperte fondamentali ed è tuttora un campo di indagine alle frontiere della ricerca che permette in modo peculiare ed esclusivo lo studio della materia elementare in condizioni estreme.

Non meno importante è il suo utilizzo in ricerche e applicazioni tecnologiche di immediato interesse per la Società, tra cui oggi sono di particolare importanza la produzione controllata e sicura di energia e le applicazioni mediche per la diagnosi e la terapia di tumori.

Conclusioni analoghe si raggiungono se si considerano le ricerche sulla radioattività: accanto a studi di carattere fondamentale, le applicazioni di tipo medico ed industriale, per il controllo ambientale, la sicurezza, la datazione di reperti sono innumerevoli.

Questa collana si propone la pubblicazione di testi volti a descrivere questa variegata moltitudine di argomenti e a rappresentare una fonte di informazioni obiettive e documentate.

*Classificazione Decimale Dewey:*

**530.1433 (23.)** TEORIA QUANTISTICA DEI CAMPI. ELETTRODINAMICA QUANTISTICA

GRAZIANO MILETO

# **CINEMATICA E DINAMICA CLASSICA E RELATIVISTICA**

**UNA GUIDA SIA TEORICA CHE APPLICATA  
E DI RICERCA SCIENTIFICA,  
CON ESEMPI, ED ESERCIZI SVOLTI**





©

ISBN  
979-12-218-0689-2

PRIMA EDIZIONE  
**ROMA 8** MAGGIO 2023

---

Ringrazio il Direttore della Collana il prof. Ettore Gadioli e tutto il Comitato Scientifico della stessa Collana, anche il Comitato Editoriale, il personale della “Aracne Editrice” ed il personale della società “Aduvare”.

*Questo libro è dedicato alla memoria di tutti gli scienziati  
che hanno lavorato nei settori del titolo ed è un libro di ricerca  
scientifica, di applicazioni, di teoria con esercizi e soluzioni.  
Lo dedico anche a mio padre Giuseppe, oltre che a mia madre Antonia Demaria,  
che mi hanno dato i soldi, a 16 anni, per comprare i miei primi libri di Relatività.*

---

<sup>0</sup>Nella foto di copertina: Il telescopio spaziale James Webb della NASA ha prodotto fino ad oggi l'immagine a infrarossi più profonda e nitida dell'Universo distante. Conosciuta come il primo campo profondo di Webb, questa immagine dell'ammasso di galassie SMACS 0723 trabocca di dettagli.

Migliaia di galassie, inclusi gli oggetti più deboli mai osservati nell'infrarosso, sono apparse per la prima volta nella vista di Webb. Questa fetta del vasto Universo ha all'incirca le dimensioni di un granello di sabbia tenuto a distanza di un braccio da qualcuno a terra.

Questo campo profondo, ripreso dalla Near-Infrared Camera (NIRCam) di Webb, è un composto di immagini a diverse lunghezze d'onda, per un totale di 12,5 ore, raggiungendo profondità a lunghezze d'onda infrarosse oltre i campi più profondi del telescopio spaziale Hubble, che hanno richiesto settimane.

L'immagine mostra l'ammasso di galassie SMACS 0723 come appariva 4,6 miliardi di anni fa. La massa combinata di questo ammasso di galassie funge da lente gravitazionale, ingrandendo galassie molto più distanti dietro di esso. La NIRCam di Webb ha messo a fuoco quelle galassie lontane: hanno strutture minuscole e deboli che non erano mai state viste prima, inclusi ammassi stellari e caratteristiche diffuse. I ricercatori inizieranno presto a saperne di più sulle masse, le età, le storie e le composizioni delle galassie, mentre Webb cerca le prime galassie nell'Universo.





# Indice

	<b>Prefazione dell'autore</b> .....	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Dinamica Classica</b> .....	<b>3</b>
1.1	<b>Panoramica</b> .....	<b>3</b>
1.2	<b>Introduzione</b> .....	<b>4</b>
1.3	<b>Dinamica newtoniana delle particelle</b> .....	<b>4</b>
1.3.1	Leggi del moto di Newton .....	5
1.3.2	Trasformazioni di G. Galilei .....	6
1.3.3	Seconda Legge di Newton .....	8
1.4	<b>Analisi Dimensionale</b> .....	<b>8</b>
1.4.1	Unità .....	9
1.4.2	Dimensionamento delle unità .....	9
1.5	<b>Forze</b> .....	<b>11</b>
1.5.1	Forze ed energia potenziale in una dimensione .....	11
1.5.2	Moto dentro un potenziale .....	13
1.5.3	Forze Centrali .....	18
1.5.4	Gravità .....	19
1.5.5	Elettromagnetismo .....	21
1.5.6	Attrito .....	25
1.6	<b>Orbite</b> .....	<b>28</b>
1.6.1	Coordinate polari nel piano .....	28

1.6.2	Movimento dentro un campo di forza centrale	30
1.6.3	Equazione della forma delle orbite	34
1.6.4	Problema di Keplero	35
1.6.5	Diffusione di Rutherford	38
<b>1.7</b>	<b>Riferimenti rotanti</b>	<b>40</b>
1.7.1	Moto in un sistema di riferimento rotante	40
1.7.2	Forza centrifuga	42
1.7.3	Forza di Coriolis	44
<b>1.8</b>	<b>Sistemi di particelle</b>	<b>45</b>
1.8.1	Moto del centro di massa	46
1.8.2	Moto relativo del centro di massa	48
1.8.3	Problema dei due corpi	49
1.8.4	Problema della massa variabile	51
<b>1.9</b>	<b>Corpi rigidi</b>	<b>52</b>
1.9.1	Velocità angolare	53
1.9.2	Momento d'inerzia	53
1.9.3	Calcolando il momento d'inerzia	55
1.9.4	Moto di un corpo rigido	60
<b>1.10</b>	<b>Relatività Speciale</b>	<b>66</b>
1.10.1	Trasformazioni di Lorentz	67
1.10.2	Diagrammi spazio-tempo	71
1.10.3	Fisica relativistica	72
1.10.4	Geometria dello spazio-tempo	77
1.10.5	Cinematica relativistica	81
1.10.6	Fisica delle particelle	87
<b>2</b>	<b>Cinematica e Dinamica in Relatività Generale</b>	<b>93</b>
<b>2.1</b>	<b>Prologo</b>	<b>93</b>
<b>2.2</b>	<b>Relatività Speciale. Notazioni tensoriali</b>	<b>94</b>
<b>2.3</b>	<b>Esperimenti di Eötvös e Principio di Equivalenza</b>	<b>98</b>
<b>2.4</b>	<b>Spazio di Rindler. Ascensore con accelerazione</b>	<b>100</b>
<b>2.5</b>	<b>Coordinate curvilinee</b>	<b>105</b>
2.5.1	Gradienti di tensori.	108
<b>2.6</b>	<b>Curvatura di Riemann. Connessione affine</b>	<b>110</b>
2.6.1	Tensore di curvatura di Riemann.	113
<b>2.7</b>	<b>Tensore metrico</b>	<b>116</b>
2.7.1	Geodetiche	119
2.7.2	Tensore e scalare di Ricci e tensore di Einstein	120

2.8	Espansione perturbativa e legge di gravità di Einstein	121
2.9	Costante cosmologica	126
2.10	Principio di azione	126
2.11	Coordinate speciali	131
2.12	Elettromagnetismo	134
2.13	Soluzione di Schwarzschild	136
2.14	Mercurio ed i raggi di luce nella metrica di Schwarzschild	143
2.15	Generalizzazione della soluzione di Schwarzschild	148
2.16	Metrica di Robertson-Walker	151
2.17	Radiazione gravitazionale	154
<b>3</b>	<b>Esercizi e soluzioni in Teoria della Relatività Speciale e Generale</b>	<b>163</b>
3.1	Esercizi in Relatività Speciale	163
3.1.1	Riferimenti inerziali standard.	163
3.2	Soluzioni degli esercizi in Relatività Speciale	170
3.3	Esercizi in Relatività Generale	190
3.4	Soluzioni degli esercizi in Relatività Generale	219
3.5	Verifiche sperimentali sulla Teoria della Relatività	272
	<b>Bibliografia</b>	<b>273</b>
	Articoli dalle riviste specialistiche	273
	Libri	274
	<b>Indice analitico</b>	<b>277</b>

---

<sup>0</sup>Nella foto di sfondo, la protostella all'interno della nube oscura L1527 ha appena 100000 anni ed è ancora incorporata nella nube di gas e polvere che ne alimenta la crescita. In questa immagine NIRCcam dal telescopio spaziale James Webb, la banda scura al collo della nebulosa infrarossa è uno spesso disco che circonda il giovane oggetto stellare. Visto quasi di taglio e un po' più grande del nostro Sistema Solare, il disco alla fine fornisce materiale alla protostella nascondendolo alla vista infrarossa diretta di Webb. Tuttavia, la nebulosa stessa è vista con dettagli sbalorditivi. Illuminate dalla luce infrarossa della protostella, le cavità della nebulosa a forma di clessidra vengono create mentre il materiale espulso nel processo di formazione stellare solca il mezzo circostante. Man mano che la protostella guadagna massa, alla fine diventerà una stella a tutti gli effetti, collassando e accendendo la fusione nucleare nel suo nucleo. Un probabile analogo al nostro Sole e Sistema Solare nella loro prima infanzia, la protostella all'interno della nube oscura L1527 si trova a circa 460 anni luce di distanza nella regione di formazione stellare del Toro. L'immagine NIRCcam di Webb si estende per circa 0,3 anni luce.





## Elenco delle figure

1.1	Grafico di un sistema di riferimento $S'$ in moto uniforme relativo a $S$ che è anche inerziale.	7
1.1	Pendolo Semplice. . . . .	10
1.1	Grafico del potenziale che dipende dalla distanza per una particella. . . . .	13
1.2	Grafico di un pendolo semplice, con dipendenza dall'angolo e dalla lunghezza del filo. . . . .	15
1.3	Grafico del potenziale di un pendolo, in dipendenza dell'angolo. . . . .	16
1.4	Grafico di una scatola, su un piano inclinato, sottoposta alla forza normale alla forza di gravità ed alla forza d'attrito. . . . .	25
1.1	Grafico delle coordinate polari e dei versori polari. . . . .	29
1.2	Grafico del potenziale efficace per una particella sottoposta ad una forza di gravità.	32
1.3	Grafico di un potenziale per lo studio della stabilità delle orbite. . . . .	33
1.4	Grafico di un'orbita ellittica. . . . .	36
1.5	Grafico di un'orbita iperbolica. . . . .	36
1.6	Grafico della diffusione di Rutherford con dipendenza dal parametro d'impatto. . . . .	39
1.1	Grafico del vettore velocità angolare per sistemi rotanti. . . . .	42
1.2	Grafico dei versori tangenti in un punto per sistemi rotanti circolarmente. . . . .	43
1.1	Grafico del raggio vettore del centro di massa di due particelle. . . . .	50
1.2	Grafico di un oggetto in moto con massa variabile. . . . .	51
1.1	Grafico di un anello circolare sottile, per il calcolo del momento d'inerzia. . . . .	55
1.2	Grafico di un'asta sottile, per il calcolo del momento d'inerzia. . . . .	56
1.3	Grafico di un disco sottile, per il calcolo del momento d'inerzia. . . . .	56
1.4	Grafico del disco visto in sezione, per il calcolo del momento d'inerzia. . . . .	57

1.5	Grafico di una lamina e tre assi perpendicolari, per il calcolo del momento d'inerzia.	58
1.6	Grafico di un corpo rigido di massa $M$ con un asse passante per il centro di massa, per il calcolo del momento di inerzia attorno a un asse parallelo a una distanza $d$ .	59
1.7	Grafico di un corpo rigido di raggio $a$ , a forma di disco massa $M$ con un asse passante per il centro di massa, per il calcolo del momento di inerzia attorno a un asse parallelo e tangente il bordo del disco.	59
1.8	Grafico di una barra oscillante, come esempio di un pendolo composto.	62
1.9	Grafico di un cilindro o una sfera di raggio $a$ , muoventesi lungo una superficie orizzontale stazionaria.	63
1.10	Grafico di un cilindro o una sfera di raggio $a$ , muoventesi lungo una superficie inclinata stazionaria, senza attrito. Rotolamento in discesa.	64
1.11	Grafico di un cilindro o una sfera di raggio $a$ , muoventesi lungo una superficie inclinata stazionaria, con attrito. Rotolamento in discesa.	65
1.12	Grafico di una palla da biliardo muoventesi lungo una superficie orizzontale stazionaria, con attrito.	65
1.1	Grafico di $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ .	69
1.2	Diagramma spazio-tempo generico, l'asse temporale è sulle ordinate.	71
1.3	Sistemi di riferimento in moto e simmetrici.	72
1.4	Sistemi di riferimento in moto per lo studio di eventi simultanei.	72
1.5	Sistemi di riferimento in moto per lo studio di eventi simultanei.	73
1.6	Grafico della spiegazione di Feynman, per la dilatazione del tempo, usando due specchi e la luce che viaggia tra essi.	74
1.7	Grafico della spiegazione di Feynman, per la dilatazione del tempo, usando due specchi e la luce che viaggia tra essi. Uno degli specchi si muove di una distanza $a$ .	74
1.8	Grafico per spiegare il paradosso dei gemelli.	75
1.9	Grafico per spiegare il paradosso dei gemelli, con il moto dei sistemi di riferimento.	75
1.10	Grafico per spiegare la contrazione di Lorentz: per il sistema in moto.	76
1.11	Grafico per spiegare la contrazione di Lorentz: per il sistema in moto ed in quiete.	76
1.12	Grafico della differenza delle linee di simultaneità, poiché la lunghezza è la <i>distanza tra fronte e retro allo stesso tempo</i> .	77
1.13	Grafico della linea del mondo di una particella parametrizzata usando il tempo proprio.	82
1.14	Grafico di un urto fra due particelle nel LAB con la seconda inizialmente ferma.	88
1.15	Grafico di un urto fra due particella visto nel CM.	89
1.16	Grafico della collisione fra due particella vista nel CM.	90
2.1	Lo spazio di Rindler. La linea solida curva rappresenta il pavimento dell'ascensore, $x^3 = 0$ . Un segnale emesso dal punto $a$ non può mai essere ricevuto da un abitante dello spazio di Rindler, che vive nel quadrante a destra.	103
2.1	Due vettori controvarianti vicini l'uno all'altro su una curva $S$ .	110
2.2	Spostamento parallelo lungo una curva chiusa in uno spazio curvo.	114

2.1	Diagrammi di Penrose. (a) Il diagramma di Penrose per la metrica di Schwarzschild. La regione ombreggiata non esiste nei buchi neri con un collasso nel loro passato; (b) Un buco nero dopo il collasso. La regione ombreggiata è dove la materia che collassa è costituita dai raggi di luce che si muovono radialmente ( $\dot{\theta} = \dot{\phi} = 0$ ) qui si sposta sempre di $45^\circ$ . . .	142
2.1	Spostamento del perielio per un pianeta nella sua orbita attorno a una stella centrale. . . . .	145
2.1	Il potenziale 2.16.21 per i casi a) $k = 0, L < 0$ , b) $k = -1, L = 0$ e c) $k = 0, L > 0$ . Nel caso (a), c'è b) $k = -1, L = 0$ e c) $k = 0, L > 0$ . Nel caso (a), c'è un punto di svolta in $a = a^{\max}$ . . .	153
2.2	L'Universo di Robertson-Walker con $L = 0$ , per $k = 1, k = 0$ , e $k = -1$ . . . . .	155
3.1	Un evento si verifica a un punto $P$ . L'evento è osservato da due osservatori inerziali nei frame $S$ e $S'$ , in cui $S'$ si muove con una velocità $v$ relativa a $S$ . . . . .	164
3.1	Grafico (per la soluzione 3.44) di un sistema di riferimento nel piano determinato dalla retta che collega $N_P$ con $P$ e la sua proiezione al piano $x^0 = 0$ . . . . .	229

---

<sup>0</sup>Nella foto di sfondo NGC 6302 o la Nebulosa Farfalla. Le stelle possono creare bellissimi motivi mentre invecchiano, a volte simili a fiori o insetti. NGC 6302, la Nebulosa Farfalla, è un esempio notevole. Sebbene la sua apertura alare gassosa copra oltre 3 anni luce e la sua temperatura superficiale stimata superi i 200000 °C, l'invecchiamento della stella centrale di NGC 6302, la nebulosa planetaria in primo piano, è diventata eccezionalmente calda, brillando brillantemente nella luce visibile e ultravioletta ma nascosta alla vista diretta da un denso toroide di polvere. Questo nitido primo piano è stato registrato dal telescopio spaziale Hubble ed è qui elaborato per mostrare dettagli notevoli della complessa nebulosa planetaria, evidenziando in particolare la luce emessa da ossigeno (mostrato in blu), idrogeno (verde) e azoto (rosso). NGC 6302 si trova a circa 3500 anni luce di distanza nella costellazione aracnologicamente corretta dello Scorpione (Scorpius). Le nebulose planetarie si evolvono dalle atmosfere esterne di stelle come il nostro Sole, ma di solito svaniscono in circa 20000 anni.





## Prefazione dell'autore

Quando ero all'Università e studiavo per divenire un Fisico, cosa che avvenne alcuni anni dopo, avevo letto questi libri [10], [15], [30], [29], per il mio esame di Relatività, in cui presi 30/30, e nacque in me l'ambizione di fare chiarezza e insegnamento su una delle più belle interpretazione della Natura che l'uomo abbia mai realizzato. Dopo i miei due precedenti libri, di cui uno riguarda i temi specifici della QED, ho realizzato questa prima edizione sulla teoria classica e relativistica (di cui io stesso sono un verificatore), dopo un lungo lavoro di analisi dell'opera. L'intento è stato quello di realizzare un testo con teoria ed esercizi, bene spiegati, oltre che esempi al fine d'impartire non solo nozioni teoriche ma altresì capacità d'interpretazione e di risoluzione dei problemi della Meccanica Classica e di quella Relativistica. E consta di esempi e dimostrazioni sulla Meccanica Classica, 24 esercizi con soluzioni sulla Relatività Speciale e 42 sulla Relatività Generale. Ovviamente il testo è rivolto agli studenti dei corsi universitari, soprattutto di Fisica e di Matematica, accostandosi alla già vasta mole di libri

---

<sup>0</sup>Nella foto in alto, la galassia a spirale barrata NGC 1365 che è davvero un maestoso Universo insulare di circa 200000 anni luce di diametro. Situata a soli 60 milioni di anni luce di distanza verso la debole ma riscaldata costellazione della Fornace, NGC 1365 è un membro dominante del ben studiato ammasso di galassie della Fornace. Questa immagine a colori straordinariamente nitida mostra le intense regioni di formazione stellare rossastre vicino alle estremità della barra centrale della galassia e lungo i suoi bracci a spirale. Visto nei minimi dettagli, le strisce di polvere oscuranti attraversano il nucleo luminoso della galassia. Al centro si trova un buco nero supermassiccio. Gli astronomi ritengono che la barra prominente di NGC 1365 svolga un ruolo cruciale nell'evoluzione della galassia, attirando gas e polvere in un vortice di formazione stellare e infine alimentando materiale nel buco nero centrale.

sugli argomenti in oggetto, ma che molto spesso tendono ad essere poco chiari e poco didattici, non essendo corredati da esercizi e lasciandoli ad altri testi. Questo testo, invece, intende fare il contrario degli altri. E l'inizio con una parte ampia sulla Meccanica Classica ne è l'esempio. Ho tentato di essere esplicativo nei confronti di molte formule che lasciano qualche volta dei dubbi interpretativi. Il libro è stato scritto in ambiente  $\LaTeX$  che è un linguaggio di programmazione potente ed ad alti livelli, per questi si suggerisce la lettura di alcuni saggi ambiente di programmazione freeware, quali [2], [13], [16]. Ma è il software che crea il libro, di cui l'autore deve disporre di un buon file di stile; l'autore in fase di stesura diviene un programmatore: per scrivere questo testo sono serviti almeno tre compilatori  $\LaTeX$ , perché ognuno aveva qualche caratteristica utile diversa dall'altro come TexMaker, Lyx e Kile. Le figure sono state create nell'ambiente TICZ, quindi con un codice di programmazione, ove ovviamente non erano già esistenti in letteratura sono state all'uopo realizzate. Lo stesso dicasi per le numerose equazioni che si troveranno sempre con il numero dell'equazione accanto per potersi riferire ad una data equazione e per poterla, in futuro, anche raffinare o aggiustare. Le equazioni sono state riprese dai numerosi testi elencati in bibliografia, riscritte con pazienza certosina, al fine di rendere il testo utile ed efficace oltre che specialistico. Nella versione e-book sono interattivi l'indice generale, le equazioni e i numeri delle citazioni bibliografiche, nonché le note, per navigare meglio nel testo. Al lettore appassionato delle tematiche trattate faccio un *in bocca al lupo* nella lettura di questo testo ed esprimo un ringraziamento, oltre per averlo acquistato, anche se mi vorrà segnalare qualunque mia dimenticanza o sbaglio o refuso, che ovviamente potrebbe accadere, usando tutti i canali dei social network in cui noi tutti siamo imbarcati in questo agitato mare della conoscenza che ci costringe a tenere bene il timone altrimenti saremo sbandati verso isole sconosciute in cui la fretta della tecnica comunicativa porta solo a fare opere effimere e troppo divugative non corroborate da fatti osservativi e dati misurati nei laboratori scientifici, o verificate da osservazioni astrofisiche, in quest'era magica della fisica multimessaggera delle scoperte dei telescopi Hubble, Chandra, Spitzer e James Webb che fanno uno zoom sulla realtà al fine di trovare, anche, delle correlazioni su vasta scala, come per spiegare le tante osservazioni cosmologiche ed astrofisiche. Le figure del testo di inizio di ogni capitolo e degli indici, sono state scelte nelle repository dei file liberamente scaricabili del Web.

Scritto in Taurianova, afferente alla Città Metropolitana di Reggio Calabria (Italia).

L'autore  
Mileto Graziano

---



# 1. Dinamica Classica

## 1.1 Panoramica

*La familiarità con gli argomenti trattati nel corso di Meccanica è assunta.*

### **Concetti di Base**

Spazio e tempo, sistemi di riferimento, trasformazioni galileiane. Le leggi di Newton. Analisi dimensionale. Esempi di forze, tra cui di gravità, d'attrito e di Lorentz.

### **Dinamica newtoniana di una singola particella**

Equazione del moto in coordinate polari cartesiane e piane. Lavoro, forze conservative ed energia potenziale, movimento e forma della funzione energetica potenziale; equilibri stabili e piccole oscillazioni; effetto di smorzamento.

### **Velocità angolare, momento angolare, coppia.**

Orbite: l'equazione; velocità di fuga; Leggi di Keplero; stabilità delle orbite; movimento in un potenziale repulsivo (scattering di Rutherford). Sistemi rotanti: forze centrifughe e di Coriolis. Breve discussione sul pendolo di Foucault

### **Dinamica newtoniana dei sistemi di particelle**

Momento, momento angolare, energia. Moto relativo al centro di massa; il problema dei due corpi. Problemi di massa variabile; l'equazione del razzo.

### **Corpi rigidi**

Momenti di inerzia, momento angolare ed energia di un corpo rigido. Teorema degli assi paralleli. Semplici

---

<sup>0</sup>Saturno è ancora luminoso nei cieli notturni del pianeta Terra. Le viste telescopiche del lontano gigante gassoso e dei suoi bellissimi anelli lo rendono spesso una star alle feste stellari. Ma questa vista sbalorditiva degli anelli di Saturno e del lato notturno non è possibile da telescopi più vicini al Sole rispetto al pianeta esterno. Possono solo portare in vista il giorno di Saturno. In effetti, questa immagine della sottile mezzaluna illuminata dal sole di Saturno con l'ombra della notte proiettata sul suo ampio e complesso sistema di anelli è stata catturata dalla sonda Cassini. Un'astronave robotica del pianeta Terra, Cassini ha girato l'orbita di Saturno intorno per 13 anni prima che fosse diretta a immergersi nell'atmosfera del gigante gassoso il 15 settembre 2017. Questo magnifico mosaico è composto da fotogrammi registrati dalla fotocamera grandangolare di Cassini solo due giorni prima del suo grande tuffo finale. La notte di Saturno non si vedrà più fino a quando non chiamerà un'altra astronave dalla Terra. Foto della NASA, JPL-Caltech, Space Science Institute, Mindaugas Macijauskas. APOD.

esempi di movimento che coinvolgono sia la rotazione che la traslazione (ad esempio la laminazione).

### Relatività ristretta.

Il principio di relatività. Relatività e simultaneità. Intervallo invariante. Trasformazioni di Lorentz nello spazio-tempo  $(1 + 1)$ -dimensionale. Dilatazione del tempo e contrazione della lunghezza. La metrica di Minkowski per lo spazio-tempo  $(1 + 1)$ -dimensionale. Trasformazioni di Lorentz in  $(3 + 1)$  dimensioni. . . 4-vettori e invarianti di Lorentz. Tempo proprio. 4-velocità e 4-momento. Conservazione del 4-momento nel decadimento delle particelle. Collisioni. Il limite newtoniano.

## 1.2 Introduzione

Ti è stato mentito, forse pensavi di aver acquistato un libro per la matematica. E qui hai, invece, un corso di fisica. No, questo corso non è stato creato solo per gli studenti che prendono l'opzione "Matematica per Fisica", ma anche per i Fisici puri.

Da quando Newton ha inventato il calcolo, la matematica sta diventando sempre più importante in fisica. I fisici cercano di descrivere l'Universo in poche equazioni e derivano fenomeni (fisici) quotidiani come conseguenze matematiche di queste equazioni. In questo corso, inizieremo con le leggi del moto di Newton e le useremo per derivare molti fenomeni fisici, tra cui orbite planetarie, forze centrifughe e il moto dei corpi rotanti.

La cosa importante da notare è che possiamo "dimostrare" tutti questi fenomeni solo sotto l'ipotesi che le leggi di Newton siano corrette (più le formule che per, diciamo, la forza gravitazionale). Stiamo solo facendo matematica qui. Non abbiamo bisogno di fare alcun esperimento per ottenere i risultati (ovviamente, abbiamo bisogno di esperimenti per verificare che le leggi di Newton siano effettivamente le equazioni che descrivono questo Universo). Tuttavia, si scopre che Newton si sbagliava. Mentre le sue teorie erano accurate per la maggior parte dei fenomeni quotidiani, non erano in grado di descrivere adeguatamente l'elettromagnetismo. Questo portò Einstein a scoprire la relatività ristretta. La relatività ristretta è anche necessaria per descrivere un moto che è molto veloce. Avremo una breve introduzione alla relatività ristretta alla fine del capitolo 1.9 per poi riprenderla nella seconda parte, quando studieremo la Relatività Generale.

## 1.3 Dinamica newtoniana delle particelle

Le equazioni di Newton descrivono il moto<sup>1</sup> di una *particella (puntuale)*.

**Definizione 1.1 — Particelle.** *Una particella è un oggetto di dimensioni insignificanti, quindi può essere considerata come un punto. Ha una massa  $m > 0$ , e una carica elettrica  $q$ . La sua posizione al momento  $t$  è descritta dal suo vettore di posizione,  $\mathbf{r}(t)$  o  $\mathbf{x}(t)$  o rispetto a un'origine  $O$ .*

A seconda del contesto, cose diverse possono essere considerate particelle. Potremmo considerare un elettrone come una particella puntiforme, anche se è descritto più accuratamente dalle leggi della meccanica quantistica rispetto a quelle della meccanica newtoniana. Se stiamo studiando l'orbita dei pianeti, possiamo considerare il Sole e la Terra come particelle. Una proprietà importante di una particella è che non ha una struttura interna. Può essere completamente descritta dalla sua posizione, quantità di moto, massa e carica elettrica. Ad esempio, se modelliamo la Terra come una

<sup>1</sup>I simboli matematici in grassetto indicano le grandezze fisiche vettoriali.