LO SCRIGNO DI PROMETEO

COLLANA DI DIDATTICA, DIVULGAZIONE E STORIA DELLA FISICA

26

LO SCRIGNO DI PROMETEO

COLLANA DI DIDATTICA, DIVULGAZIONE E STORIA DELLA FISICA

La conoscenza completa delle leggi fisiche è la meta più alta a cui possa aspirare un fisico, sia che essa abbia uno scopo puramente utilitario... sia che egli vi cerchi la soddisfazione di un profondo bisogno di sapere e la solida base per la sua intuizione della natura.

Max Planck

La Fisica ha come scopo capire il rapporto tra l'uomo e la natura, non solo da un punto di vista scientifico, ma anche filosofico, e ha cambiato in modo irreversibile la nostra vita tramite le sue ricadute tecnologiche.

La spiegazione e la divulgazione dei concetti che stanno alla sua base, dati quasi per scontati, ma lungi dall'essere noti o compresi da molti, e l'evoluzione delle tecniche sperimentali, che hanno permesso di scoprire le leggi che regolano i fenomeni naturali e delle teorie via via elaborate, sono perciò argomenti di studio e riflessione di rilevanza primaria.

Questa collana si rivolge a chi abbia desiderio di approfondire o discutere questi temi ed è aperta a chi voglia collaborarvi con contributi originali.

GRAZIANO CAVALLINI

INGENUITÀ MATEMATICHE

SGUARDI DALL'ESTERNO, DI UN PROFANO

aracne

aracne

ISBN
979–12–218–0644–1

PRIMA EDIZIONE
ROMA 27 APRILE 2023

INDICE

AVVERTENZA

> I monocoli sono vedenti in un mondo di ciechi. Così i maggiori geni.

Qual è l'affidabilità delle teorie matematiche?

> [...] anche la teoria matematica più lucidamente logica non rappresenta di per sé una garanzia di verità, e resta senza significato a meno che non sia verificata nelle osservazioni più rigorose delle scienze naturali. (Einstein, 1965, p. 243)(1)

Per converso, non si potrà mai decidere che una teoria matematica della quale non si riesce a cogliere al momento alcun possibile significato, non ne assumerà in futuro, ed eventualmente della massima importanza.

Inoltre, a chi sta decretare qual è il significato di una teoria matematica, e quali significati essa possa assumere? Ai matematici, perché sono loro a conoscere meglio di chiunque altro la matematica, e dunque i più competenti in materia? Ma questo non significa che lo siano anche riguardo alla possibilità che con i loro apparati formali qualcun altro trovi il modo di esprimere delle osservazioni rigorose delle scienze naturali, e, anzi, di rendere solo così rigorose e pienamente perspicue le conoscenze implicate da quelle osservazioni.

---

(1) Sul pensiero di Einstein circa il rapporto tra scienza e realtà, e in specifico tra matematica ed esperienza empirica, v. *Scientificità e realtà in Einstein*, in Cavallini G. 2018[a], Capitolo I.

La riflessione equivale a chiedersi se esperti di altre discipline non siano in condizioni più idonee a cogliere sia delle possibili applicazioni, nei loro rispettivi campi, di espressioni matematiche esistenti; sia l'opportunità e il bisogno che si avrebbe di elaborare della matematica nuova che consentisse loro di approfondire le loro conoscenze specialistiche dando a esse forme più esplicite e rigorose, e mostrandone dei possibili sviluppi inopinati.

Einstein stesso risolse i problemi che gli impedivano di ampliare la relatività ristretta a quella generale, appena riuscì ad applicare, in collaborazione con l'amico matematico Marcel Grossmann, la teoria matematica di G.F.B. Riemann sviluppata da E.B. Christoffel, G. Ricci Curbastro e T. Levi Civita. Egli scrisse, allora:

> [...] l'animo mi si è riempito di un grande rispetto per la matematica, la parte più sottile della quale avevo finora considerato, nella mia dabbenaggine, un puro lusso. (Pais 1986, p. 236)

Del tutto ovviamente senza alcun confronto con la sua impresa e con lui, fu l'identico bisogno di cercare nella matematica una forma espressiva che consentisse di dare rigorosità a delle conoscenze psicologiche mettendone, così, in luce la sistematicità e, di conseguenza, le implicazioni che se ne potevano trarre, a spingermi a elaborare il tentativo esposto sinteticamente con il secondo capitolo, e più distesamente con Cavallini 2006[a].

Allora non colsi che quella mossa sottintendeva la fiducia che la matematica sia caratterizzata da corrispondenze con la realtà, né mi posi il problema delle ragioni del rapporto tra matematica e realtà. Ero concentrato su tutt'altro. Già avvertivo, però, acutamente il bisogno di formazione matematica per dare chiarezza al pensiero, e fui a lungo tentato di iscrivermi al corso di laurea in matematica; ma gli impegni professionali non me ne concessero il tempo. Per fortuna, perché mi salvarono dall'errore di credere che sarebbe bastato laurearsi in matematica per rispondere alle esigenze di chiarimento del problema che, alla base, è quello della relazione tra esperienza empirica e simbolismi in generale. Avrei dovuto trasformarmi in ricercatore matematico, abbandonando la ricerca in didattica della fisica, nella quale ero impegnato. Con il risultato che si sarebbe semplicemente capovolta la situazione di trarre spunti e conoscenza da un campo, senza poterlo fare congiuntamente nell'altro.

No, non avrebbe potuto essere quella la soluzione. L'unica speranza andava riposta in una collaborazione, che, nonostante tutti i miei tentativi, non mi riuscì mai di ottenere, con matematici esperti, apportando ciascuno le proprie competenze all'impresa di costruire una visione interdisciplinare, a mia conoscenza, ancora mai stabilitasi tra matematica e psicologia in modo tale da soddisfare in quest'ultima i canoni scientifici attuali.

Perché racconto tutto questo?

Perché dagli oltre cinque anni in cui ho terminato di comporre il testo che segue, che in parte raccoglie scritti già pubblicati ma qui connessi con altri in una prospettiva in qualche misura nuova, mi sono tormentato tra il bisogno di comunicare e il terrore di cedere a una sprovvedutezza imperdonabile.

Potevo pubblicare, io, profano di matematica, le mie idee sul rapporto tra matematica e realtà che intanto o mi si era venuto chiarendo o, perlomeno, avevo tentato di approfondire con letture specialistiche che mi fossero abbordabili?

D'altra parte non mi andava di rinunciare a parlarne, sembrandomi che nessun altro l'avesse fatto e immaginandomi che non l'avrebbe fatto con il taglio che interessava a me.

Con squisita gentilezza, il noto filosofo della matematica professor Carlo Cellucci, al quale mi ero rivolto per un parere in merito, mi ha segnalato una copiosa letteratura specialistica sulla corrispondenza tra matematica e realtà, e mi ha inviato il suo articolo riportato in bibliografia (Cellucci 2015). Ho quanto mai apprezzato la sua cortesia, e gliene sono profondamente riconoscente. Tuttavia, al di là dell'ovvia doverosità di tenere conto di quanto già è stato sviscerato della corrispondenza in generale della matematica con la realtà fisica, non ho alcuna né speranza né intenzione di trattarne oltre ai modesti richiami effettuati nel testo. Non aspiro a stabilire a livello tecnico qual è la natura della matematica, dio me ne guardi, data la mia incompetenza. Se fossi tanto folle da cimentarmi con l'impresa, aggraverei l'errore di quando stavo per iscrivermi a matematica: questa volta, imperdonabilmente.

Il mio intento iniziale era diverso: quello di segnalare il bisogno che c'è di formalizzare matematicamente la psicologia della conoscenza, per darle rigore, senza esorbitare dalla mia esperienza professionale e accontentandomi di quanto vi è rientrato e posso aver capito di letture sulla matematica. Sennonché, la stesura iniziale del testo limitato a quella tematica, mi ha progressivamente spinto al tentativo di approfondire altre questioni sul rapporto tra matematica e conoscenza, sempre nei limiti della mia esperienza professionale e delle idee che me ne derivavano. Così, il titolo del libro va inteso letteralmente in tutta l'autenticità del suo significato, senza cadere nel potenziale fraintendimento di prenderlo per un vezzo letterario.

Della parola «ingenuità» si serve Schrödinger in un suo stupendo libro(2), con il quale getta uno sguardo da fisico alla biologia, senza esserne uno specialista, e perciò riconoscendo la propria ingenuità al riguardo. Analogamente, da pedagogista che si occupa del problema della conoscenza — con il bisogno di capire come in generale si acquisisce conoscenza, dovendo capire come introdurre a essa altri, oltre che per interesse personale (Cavallini inedito[e]) — il mio intento resta quello di guardare la matematica rifacendomi alla psicologia della conoscenza in generale.

(2) *Che cos'è la vita? La cellula vivente dal punto di vista fisico*, 1995, Milano, Adelphi.

INTRODUZIONE: PERCHÉ FARLO?

Perché la matematica[1] funziona? Come mai si riesce ad applicarla a tante situazioni per le quali essa serve a scoprire degli aspetti che altrimenti non si colgono o restano sfuggenti o incompresi e intrattabili? È perché essa riflette la realtà o delle realtà e le loro relazioni e interazioni sia interne, vale a dire attinenti alle loro strutture, sia esterne che le collegano a ogni altra realtà pertinente? O perché è terribilmente difficile o addirittura impossibile stabilire se con il linguaggio e le operazioni matematiche stessi si scoprono aspetti di una realtà esistente all'esterno di essi, o invece quelli che si esprimono con le sue equazioni sono puri concetti prodotti in tal modo da noi stessi e corrispondenti unicamente alla nostra idea di realtà, anzi contribuendo essi stessi a farla quella che poi risulta? (Cavallini 2019, 2022 e inedito[a]). In questo secondo caso, non si dovrebbe concludere che è la matematica stessa a creare, anziché scoprire, tutte o alcune delle realtà individuate, evidenziate, precisate matematicamente, e contemplabili solo mediante essa? Che le conoscenze matematiche via via acquisite o una parte di esse non sono scoperte ma invece invenzioni?

Si sa che ci sono più matematiche: dall'aritmetica alla geometria, all'algebra, alla topologia; e che ci sono più indirizzi reciprocamente diversi nel concepire e nel praticare la matematica in ciascuna di tali specializzazioni (ad esempio, per citarne solo i due storici forse più famosi,

(1) Poiché mi riferisco fondamentalmente alla disciplina, dovrei usare propriamente l'iniziale maiuscola, scrivendo Matematica o Matematiche. Ma preferisco seguire l'uso più comune sia in questo caso che in generale per ogni altra disciplina, dalla fisica alla psicologia, e via dicendo.

l'indirizzo di Hilbert e quello bourbakista). Si sa che storicamente la matematica e i modi di produrla facendola via via quella che è via via stata, di praticarla e di concepirla, sono cambiati da un'epoca all'altra, si sono evoluti, hanno introdotto progressivamente concetti che prima non esistevano o non erano riconosciuti come componenti della matematica. È successo per lo zero, per le geometrie non–euclidee, per i numeri immaginari, per i complessi, per gli insiemi transfiniti. Si sono scoperti aspetti di realtà o inventati dei corrispondenti concetti la cui mancanza o il carattere nebuloso delle idee che vi preludevano avevano creato prima difficoltà nella comprensione e nella soluzione di determinati problemi. Così è stato, ad esempio, per la geometria analitica di Cartesio e per il calcolo infinitesimale di Newton e Leibniz nel Seicento, per la geometria proiettiva di Poncelet agli inizi dell'Ottocento, sul finire del medesimo secolo, sia per il concetto di limite messo a punto da Cauchy, sia per il teorema di Poincaré che un sistema di masse puntiformi accelerate in funzione unicamente delle loro posizioni sotto la condizione che le coordinate e le velocità non aumentassero all'infinito, in tempi adeguatamente lunghi avrebbe dovuto tornare ciclicamente a stati molto simili a quelli presi come iniziali (teorema legato al problema detto "dei tre corpi", attinente gli effetti nei sistemi fisici delle mutue attrazioni tra i corpi che li compongono quando questi sono più di due, ricavato dallo studio matematico di Poincaré della stabilità o instabilità del sistema solare). Ma non si contano le novità scientifiche di notevole valenza, i concetti e gli aspetti di realtà corrispettivi scoperti o inventati nel Novecento con nuove applicazioni e con nuovi sviluppi matematici. Giusto nel 1900 Planck, sia pure senza rendersene conto, con applicazioni matematiche inusuali, sebbene riprese da Boltzmann; (nota *2* sotto, a pagina 16; Bellone 2006d, p. 354; La Teana 2002,), gettò le basi di quella che sarebbe poi diventa la meccanica quantistica, e, cinque anni dopo, Einstein, con il ritenere reali i quanti che Planck non aveva preso per realtà fisiche, ne "provò" matematicamente l'esistenza con due mirabili articoli rispettivamente sui moti browniani e sull'effetto fotoelettrico. E Einstein nel medesimo anno 1905, di nuovo con calcoli matematici formulò la teoria della relatività ristretta che una decina di anni dopo avrebbe generalizzato anche allora valendosi dei nuovi sviluppi matematici citati poco sopra, a pagina 10. A sua volta

Heisenberg, anch'egli con puri calcoli matematici, nel 1925 diede l'avvio alla meccanica quantistica che ha via via rivelato o indotto ad accreditare in modo ritenuto in genere inconfutabile l'esistenza delle particelle a lungo chiamate elementari quali costituenti ultimi della materia e dell'energia (tuttavia, per una critica di tale concezione, v. Cavallini programmato).

Pochi anni dopo, con i suoi teoremi di incompletezza Gödel ha dimostrato che un sistema di potenza pari almeno a quella dell'aritmetica formale, se coerente, contiene una proposizione indecidibile, e che non si può provare con esso la sua coerenza. Ciò ha posto fine ai tentativi di fondare l'aritmetica sulla logica o viceversa, e ha indicato la vanità di un filone di indagini a lungo perseguito, facendo cessare le relative annose illusioni e ricerche infruttuose (in analogia a quanto era già successo riguardo al moto perpetuo e alla possibilità di ottenere con il solo uso di riga e compasso la duplicazione del cubo, la trisezione dell'angolo e la quadratura del cerchio; e in analogia a quanto pochi anni dopo la formulazione di quel teorema, sarebbe accaduto per l'idea di verifica delle teorie con il falsificazionismo di Popper).

La creazione e gli sviluppi della disciplina dell'*Intelligenza Artificiale*, fondati sull'algebra binaria di Boole, pur basandosi su tecniche e avendo elaborato programmi che non si possono identificare con i processi mentali umani, hanno però realizzato sistemi di operazioni che hanno dato indicazioni concrete ben definite a condizioni imprescindibili del pensiero. Così, hanno gettato una certa luce sulla natura di questo: particolarmente sulla complementarità tra conoscenze *dichiarative*, o contenuti di conoscenza, e conoscenze *procedurali*, e cioè le capacità di produrre e di applicare le conoscenze.

Nell'ambito dell'indagine sulla stabilità strutturale, R. Thom, con la teoria delle catastrofi o mutamenti improvvisi di certi processi, ha sviluppato un metodo matematico per formalizzare determinate regolarità della realtà tanto fisica quanto dei comportamenti umani e sociali, evidenziandone delle strutture razionali indagabili scientificamente. B.B. Mandelbrot, con la teoria dei frattali, ha potuto interpretare i processi di formazione regolare di realtà naturali che vanno ad esempio dai vegetali alle coste marine. Questi risultati, insieme allo studio da parte di I. Prigogine di processi chimici ciclici, alla constatazione dei cosiddetti «attrattori strani» o punti attorno ai quali tendono a riunirsi i percorsi evolutivi di determinati processi, e al concetto di «caos deterministico», hanno modificato concezioni tradizionali della realtà fondamentali nella cultura dotta.

Altrettanto ha fatto Zadeh con la creazione della matematica "sfumata" o "sfuocata" (*fuzzy*) che rende trattabili rigorosamente non solo le grandezze teoricamente misurate da valori esatti, ma anche quelle più indeterminate i cui valori però rientrano in precisi intervalli. Vale a dire che, con la matematica *fuzzy*, si considerano dei gradi di approssimazione dei valori di fenomeni che possono oscillare entro i relativi margini senza che ne risulti pregiudicata l'identità attraverso i loro possibili stati ed evoluzioni. Come con il concetto di caos deterministico, ciò consente di stabilire rigorosamente delle regolarità sufficienti o indispensabili a garantire la funzionalità delle rappresentazioni dei processi presi in esame, rendendone possibile il controllo, e la progettazione, ad esempio, di congegni meccanici o elettronici. Questo nuovo traguardo ripete quello raggiunto con la teoria della probabilità, con la termodinamica, con la fisica statistica e con la meccanica quantistica. Come già con queste, la sostituzione di regolarità elastiche a quelle rigide unicamente consentite dalla logica tradizionale segna un considerevole mutamento, oltre che in ambito matematico e ingegneristico, nella concezione della realtà in genere.

Anche con la fisica quantistica è stata ribadita la possibilità di spiegazioni e di previsioni esatte in termini statistici anziché individualmente deterministici. Pure a imprescindibili calcoli matematici è dovuta l'evoluzione di questa fisica in successione nell'elettrodinamica quantistica, con le rappresentazioni grafiche e con il metodo di calcolo di Feynmann che consentono di visualizzare le interazioni energetiche che denominiamo "particelle" e di misurarne le intensità, e nella cromodinamica quantistica che, con l'idea di Gell–Mann dei quark, rivela la struttura dei nucleoni e le loro interazioni[(2)].

(2) Planck aveva ripreso un procedimento ideato una trentina d'anni prima da Boltzmann quale semplice strategia di discredizzare calcoli impossibili o troppo complicati se applicati al continuo: strategia adottata da entrambi unicamente quale espediente con l'intenzione, rivelatasi inattuabile, di poi riportare i calcoli finali al continuo. Heisenberg ottenne la sua grande rivoluzione con calcoli intuitivi dei quali egli non seppe capire le basi, oggettivamente corrispondenti alla matematica delle matrici che egli non conosceva; e Schrödinger ne semplificò la matematica con le sue famose equazioni delle quali

Di fronte a simili fatti, si può credere che sia rimasta la stessa nel corso di tali progressi, e in seguito a essi, l'idea della realtà, e in definitiva la realtà pura e semplice che, sola, le corrisponde (compresa la sua parte che si sa di ignorare)?

Risalendo più indietro nel tempo, si può credere che l'aritmetica precedente all'introduzione, in Italia ad opera di Fibonacci nel 1202 e via via in Europa, dei numeri indo–arabici fosse la stessa di quella progressivamente praticata e sviluppata in seguito? O che le ragioni delle difficoltà e dell'ostilità ad accettarli fino ancora al Quattrocento (Dantzig 1967, p. 29) fossero dovute a pura e semplice ristrettezza di vedute anziché a diffidenza verso pratiche riprese dagli infedeli, in tempi dominati da superstizione religiosa e di ogni altro genere, magia, paura del demonio (che avrebbe potuto averle suggerite lui per fini malvagi quale gettare scompiglio nelle menti); o, per motivi più secolari, per combattere il rischio di imbrogli perpetrati da disonesti sfruttando la scarsa conoscenza di strumenti contabili inusitati?

E, ancora e soprattutto, è pensabile che sia rimasta la medesima la realtà concepita e concepibile prima e dopo l'introduzione dei nuovi numeri, con le operazioni di contabilità incomparabilmente più rapide, e dirette da metodi mentali e operativi diversi dai precedenti (ivi)? In tale ambito, un'enorme rivoluzione concettuale e pratica relativa all'organizzazione del commercio è stata provocata dall'innovazione dei libri contabili introdotta dai Medici (Broock 2022).

Quanto alla difficoltà estesa e prolungata ad accettare l'indeterminismo rivelato dalla meccanica quantistica, il punto è non se è la presunta

anch'egli, per sua stessa dichiarazione, non seppe mai dare ragione. La portata per la psicologia della cosiddetta intelligenza artificiale è dettagliatamente rilevabile in Schank e Abelson 1977. I riferimenti bibliografici delle considerazioni successive sono rispettivamente: Thom 1980, Mandelbrot 1987, Zadeh 1965 e 1980[a, b] (gli ultimi due evitano il tecnicismo di 1965: indicazione delle opere complete sul sito *Internet* https://en.wikipedia.org/wiki/Lotfi_A._Zadeh. Si può anche vedere Sangalli 2000); Feynman 1994; Gell–Mann 1996. Come già il caso citato del diverso modo di intendere i quanti e la relazione tra matematica e realtà di Planck e di Einstein, deve far riflettere anche il fatto che Gell–Mann, com'egli racconta nell'opera appena citata, giunse a formulare pienamente la teoria dei quark per una svista che gli fece sostituire dei valori frazionari a quelli interi che fino a quel momento erano stati ritenuti i soli applicabili alle quantità di energia, rendendosi solo allora conto che aveva così risolto il problema del quale prima non era venuto a capo. Tutti questi richiamati costituiscono solo alcuni esempi, per quanto, a mia conoscenza, tra i più significativi, di un elenco ben più nutrito che solo un matematico e uno storico della matematica potrebbero compilare (che comprenderebbe, tra gli altri, contributi altrettanto fondamentali di Galois, Dedekind, Weierstrass, Hilbert, Peano).

realtà in sé a essere deterministica o indeterministica; bensì se è più corretto e proficuo rappresentarla in termini deterministici o indeterministici. Cruciale è quale dei due tipi di rappresentazione consente di stabilire corrispondenze migliori con i fenomeni: più chiare, precise, vaste, profonde, dettagliate, resistenti alle verifiche empiriche; e se uno solo dei due modi vale in generale per qualunque classe di fenomeni, o se per alcuni di essi sia preferibile l'uno e per altri l'altro. Lo stesso problema, molto dibattuto in seguito alla formulazione della teoria quantistica, della causalità svanirebbe riferendo questa non alla pretesa realtà, ma alla modalità di rappresentarla. La realtà indipendente, o meglio la componente extramentale della sola realtà nota, verrebbe espressa dalle verifiche empiriche.

Simili considerazioni sono essenziali nell'affrontare il quesito se è la realtà a precedere la matematica, e che questa si limiti a rappresentarla; o se non è la matematica stessa che contribuisce a creare le realtà individuabili solo attraverso essa.

Tutte le domande fino a quest'ultima disegnano singole tematiche e una tematica complessiva eminentemente filosofiche, di filosofia tanto della matematica quanto della conoscenza in generale. D'altra parte, non si può certo capire che cos'è la matematica e che cosa ne sono i prodotti senza chiarire contemporaneamente o preliminarmente che cosa sono la conoscenza e la realtà in generale. E, al tempo stesso, qualunque definizione e chiarificazione che si avessero a disposizione della natura della conoscenza e della realtà, per quanto riguarda la matematica andrebbero specificate in riferimento alle sue specificità espressive e conoscitive.

In breve, non è possibile elaborare alcuna filosofia pertinente e adeguata senza una conoscenza profonda della matematica. Reciprocamente, la comprensione piena di questa richiede una sua chiarificazione filosofica. Le specificità espressive e conoscitive di ciascuna delle due sono indispensabili per indagare la natura e le potenzialità di entrambe. Congiungere i rispettivi saperi porta a vedute più ampie e profonde di quelle ottenibili senza farlo.

E allora?

I matematici o alcuni di loro si occupano di filosofia della matematica? Per lo meno, ne sono interessati, e a sufficienza, per resistere al desiderio e al bisogno di non venire distratti dalle loro scelte e dai loro compiti fondamentali? Quelli di essi che si dedicano alla filosofia della matematica praticano, anche, la matematica in misura adeguata per dominarla a sufficienza e averne pienamente il polso? O rischiano di trasformarsi più in filosofi che in matematici? In ogni caso, è pensabile e si potrebbe pretendere che i matematici attivi e quelli più produttivi possiedano o possano farsi una preparazione in qualcuna delle discipline diverse dalla matematica che potrebbero beneficiare di essa? Quanti sono i campi e i problemi di conoscenza e di vita pratica ai quali continua a rimanere estranea la matematica, rispetto ai quali, invece, si trarrebbero vantaggi da una sua applicazione adeguata e dallo sviluppo di matematiche nuove mirate a quel fine? Di chi è competenza accorgersi di simili possibilità e indagarle, tentare di capire quali aspetti inusitati e insospettati ne verrebbero rivelati?

In sostanza, chi indaga o dovrebbe indagare quali sono le condizioni che sia hanno consentito di produrre la matematica, nelle sue diverse specializzazioni, hanno guidato a farlo e la rendono significativa rispetto a certe esperienze empiriche; sia continuano a consentirne e a guidarne gli sviluppi attuali e prevedibilmente quelli futuri, assicurandone una corrispondente significatività?

Se la memoria non mi inganna, le sole delle opere da me lette che pongono in modo approfondito la domanda di quali sono le condizioni che consentono di produrre la matematica, di quali hanno condotto a quella attuale, e dei relativi processi mentali, sono Cellucci 2015 e 2022)[(3)].

Due conferme indirette che ciò esprima un atteggiamento effettivo generale nella matematica attuale potrebbero provenire rispettivamente dal § 5 (*Un «irragionevole successo» della matematica?*) di Bottazzini 2006[i], e dall'articolo di Wigner (1960), per l'enorme adesione che attestano le sue innumerevoli citazioni dalla sua prima pubblicazione fino

(3) Ricostruendo a memoria, e perciò piuttosto disordinatamente e con lacune anche importanti, alcune delle mie letture, in parte sistematiche e in parte occasionali, di filosofia della matematica e di storia di essa con riferimenti filosofici, o di scienza con consistente riferimento alla matematica, oltre a Enriques 1906, 1941, 1958, 1982, 1983, 1987, 1990, Enriques *et al.* 1983, Enriques e De Santillana 1973, riesco a ricordare: Bottazzini 1990, Casari 1964 e 1973, Cellucci 2002, Devlin 2001 e 2003, Israel 1986 e 1997, Lerner 1971, Lolli 2002, Bertuglia e Vaio 2003, Mangione 1985, Agazzi 1969, tutti i capitoli sulla matematica in Rossi 2006, Broock 2022, Stewart 2017 e 2020.

ad ancora oggi (tanto che è stato presentato come libro in traduzione italiana nel 2002, con ristampa nel 2017: invece, per una sua critica, si veda qui il capitolo 12, Cavallini ineditoa, *Prima parte*, e Bottazzini 2006[i], p. 290). Se la situazione, come credo, non fosse cambiata nel frattempo, la ragione del fatto che le cose stessero così sarebbe chiara. Non solo non si riesce a definire in maniera appropriata, con concetti formali, che cosa sono la realtà e la conoscenza, ma in genere neppure se ne avverte il bisogno. L'abitudinarietà delle conoscenze, reali o presunte che siano, e delle pratiche del loro utilizzo produttivo o fuorviante, rende convinti che i relativi contenuti si constatino immediatamente, che siano già di per sé stessi ciò che se ne constata, e che basti constatarli per sapere di che cosa si tratta conoscendone perfettamente la natura. Normalmente si crede di conoscere ogni realtà quotidiana "direttamente" constatata: dalle case, dalle strade, dagli alberi, dalla pioggia, alla lingua, all'intelligenza, alle quantità, al tempo e allo spazio (senza rendersi conto che scambiamo per tali rispettivamente lo svolgersi dei processi mentali indispensabili ad organizzare la visione e la concezione degli eventi e di ogni cosa). Di conseguenza, anche riguardo alla matematica si crede che non sia richiesto altro che prendere atto della sua esistenza, e che tutto quello che occorre sapere di essa sia quello che si vede che è con il praticarla come si fa. L'indagine filosofica, e in specifico quella epistemologica (ad esempio sviluppate in maniera approfondita nei testi di Cellucci appena citati), smentiscono simili convinzioni; ma hanno scarso impatto culturale, non di rado anche tra matematici, fisici e persone ritenute informate.

Un contributo particolarmente perspicace a far cogliere i limiti di comprensione che in genere si hanno della matematica, e quanto sia opportuno porsi delle domande sulle ragioni della sua efficacia conoscitiva è Stolzenberg 1988. Ma in esso questo bisogno è espresso di sfuggita[(4)], a margine del suo tema centrale che la matematica corrente appare

(4) Gli è dedicato unicamente l'accenno alla necessità «[...] di spiegare come mai siamo in grado di conoscere, e di conseguire conoscenze non banali, su una sfera di "oggetti" immateriali la cui esistenza è "da noi indipendente" [...]» (id. p. 257). È la domanda che sarebbe necessario porsi, e che, invece, non si pongono matematici, filosofi e fisici della fama di, rispettivamente, Connes (Changeux e Connes 1991), Popper (1983, p. 165) e Penrose (1996, p. 501), i quali asseriscono che la matematica è indipendente da noi ed eterna. Ora, del tutto all'opposto, per capire *perché* la matematica funziona, occorre dire *come* funziona: che è quello che fa Stolzenberg. Ma manca alla sua analisi il riferimento a come si forma il concetto di realtà, che è