

# IL NUCLEARE

14

*Direttore*

Ettore GADIOLI

Università degli Studi di Milano

*Comitato scientifico*

Giuseppe GORINI

Università degli Studi di Milano–Bicocca

Ignazio LICATA

Institute for Scientific Methodology

Elio SINDONI

Università degli Studi di Milano–Bicocca

*Comitato redazionale*

Francesca BALLARINI

Università degli Studi di Pavia

Francesco CERUTTI

European Organization for Nuclear Research CERN

Andrea MAIRANI

Centro Nazionale di Adroterapia Oncologica

*Comitato editoriale*

Giuseppe BATTISTONI

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare

Laszlo SAJO BOHUS

Universidad Simón Bolívar

Piero CALDIROLA

International Centre for the Promotion of Science

Giuseppe GORINI

Università degli Studi di Milano–Bicocca

Ignazio LICATA

Institute for Scientific Methodology

Elio SINDONI

Università degli Studi di Milano–Bicocca

Mauro GIANNINI

Università degli Studi di Genova

## IL NUCLEARE

La Fisica Nucleare ha portato a scoperte fondamentali ed è tuttora un campo di indagine alle frontiere della ricerca che permette in modo peculiare ed esclusivo lo studio della materia elementare in condizioni estreme.

Non meno importante è il suo utilizzo in ricerche e applicazioni tecnologiche di immediato interesse per la Società, tra cui oggi sono di particolare importanza la produzione controllata e sicura di energia e le applicazioni mediche per la diagnosi e la terapia di tumori.

Conclusioni analoghe si raggiungono se si considerano le ricerche sulla radioattività: accanto a studi di carattere fondamentale, le applicazioni di tipo medico ed industriale, per il controllo ambientale, la sicurezza, la datazione di reperti sono innumerevoli.

Questa collana si propone la pubblicazione di testi volti a descrivere questa variegata moltitudine di argomenti e a rappresentare una fonte di informazioni obiettive e documentate.



GRAZIANO MILETO

# TEORIA DI CAMPO QUANTO-RELATIVISTICA

UNA GUIDA SIA TEORICA CHE APPLICATA  
E DI RICERCA SCIENTIFICA,  
CON ESEMPI ED ESERCITAZIONI





©

ISBN  
979-12-218-0465-2

PRIMA EDIZIONE  
**ROMA FEBBRAIO 2023**

---

Ringrazio il prof. E. Gadioli, Direttore della Collana “Il Nucleare” e tutto il comitato scientifico della “Aracne Editrice” ed il personale della società “Aduvare”; altresì ringrazio un esperto programmatore in  $\LaTeX$ , tale Mathias Legrand per dei piccoli suggerimenti tecnici sullo stile usato nel compilatore  $\LaTeX$ .

*Questo libro è dedicato alla memoria di tutti gli scienziati  
che hanno lavorato nei settori del titolo ed è un libro di ricerca  
scientifica, di applicazioni, di teoria con esercizi e soluzioni.  
Lo dedico anche a mio padre Giuseppe, oltre che a mia madre Antonia Demaria,  
che mi hanno dato i soldi a 16 anni per comprare il mio primo libro di QFT.*



$$\left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_x} + i\varphi_x \right)^2 - k^2 \right] \psi = 0$$

charge density  $\sim \psi \bar{\psi}$

## Indice

	<b>Prefazione dell'autore</b> .....	<b>15</b>
<b>1</b>	<b>La Teoria Quantistica dei Campi: fatti introduttivi</b> .....	<b>17</b>
1.1	<b>Le mode e gli errori della Meccanica Quantistica (MQ)</b> .....	<b>17</b>
1.2	<b>Il quadro descrittivo della realt� quantistica</b> .....	<b>23</b>
1.2.1	Stati e osservabili nella Fisica Classica (FC) .....	25
1.2.2	Stati e osservabili in Fisica Quantistica (FQ) .....	25
1.2.3	L'impossibilit� di una traiettoria e di una MQ realistica .....	29
1.2.4	I campi quantistici: oggetti fisici realistici .....	31
1.3	<b>Dinamica: le leggi dell'evoluzione della realt� fisica</b> .....	<b>35</b>
1.3.1	La teoria di Hamilton-Lagrange della dinamica classica .....	35
1.3.2	L'operatore hamiltoniano: il generatore della dinamica quantistica .....	38
1.3.3	L'integrale di cammino: traiettorie classiche e fisica quantistica .....	40
1.4	<b>Revisione della meccanica classica dei sistemi finiti</b> .....	<b>43</b>
1.5	<b>Revisione della meccanica quantistica non relativistica</b> .....	<b>46</b>
1.5.1	L'oscillatore armonico quantistico .....	49
1.5.2	Oscillatori armonici accoppiati quantizzati .....	51
1.6	<b>Meccanica quantistica relativistica</b> .....	<b>53</b>
1.6.1	Convenzioni e notazioni relativistiche .....	53
1.6.2	L'equazione di Klein-Gordon .....	55

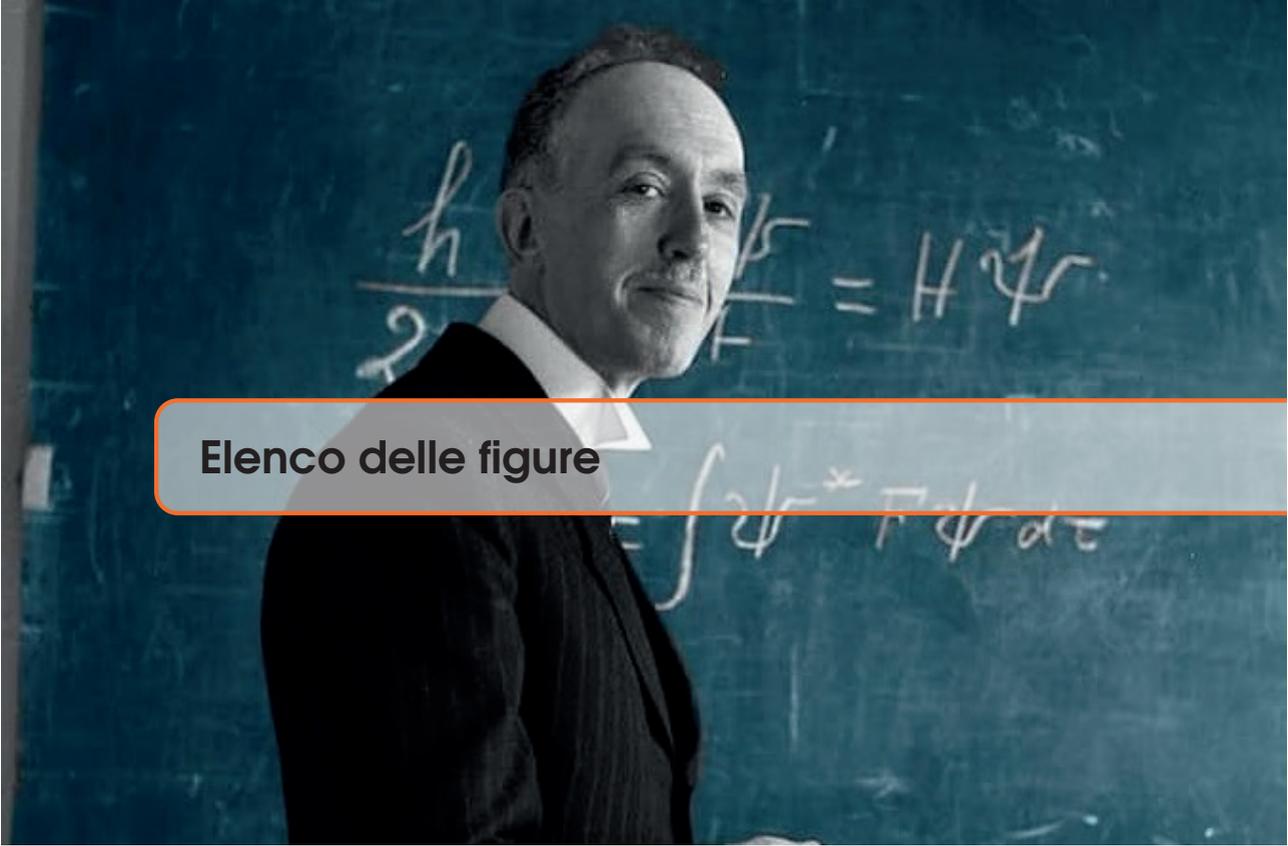
<b>2</b>	<b>Il campo di Klein-Gordon</b> .....	<b>59</b>
2.1	Introduzione .....	59
2.2	Teoria scalare classica dei campi .....	60
2.3	Teoria quantistica scalare dei campi .....	69
<b>3</b>	<b>I campi di Klein-Gordon interagenti</b> .....	<b>77</b>
3.1	Introduzione .....	77
3.2	Teoria della perturbazione e della diffusione .....	78
3.3	L'Hamiltoniana dell'Interazione .....	84
3.4	Decadimento del kaone: $K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$ .....	86
3.5	Teorema di Wick, Propagatore e Diagrammi di Feynman .....	89
3.6	La formula di riduzione LSZ .....	94
<b>4</b>	<b>Ratei di transizione e sezioni d'urto</b> .....	<b>101</b>
4.1	Ratei di transizione .....	101
4.2	Il numero di stati finali .....	104
4.3	Spazio delle fasi invariante di Lorentz (LIPS) .....	104
4.4	Sezioni d'urto .....	105
4.5	Diffusione a due corpi .....	106
4.6	Ratei di decadimento .....	107
4.7	Teorema ottico .....	107
<b>5</b>	<b>Integrali di cammino in meccanica quantistica</b> .....	<b>109</b>
5.1	Introduzione .....	109
5.2	L'ampiezza di transizione da punto a punto .....	111
5.3	Tempo Immaginario .....	114
5.4	Ampiezze di transizione con una forza motrice esterna .....	118
5.5	Valori di aspettazione degli operatori di posizione di Heisenberg .....	121
5.6	Appendice .....	124
5.6.1	Integrazione Gaussiana .....	124
5.6.2	Funzionali .....	127
<b>6</b>	<b>Quantizzazione del campo di Klein-Gordon</b> .....	<b>129</b>
6.1	Introduzione .....	129
6.2	Ancora sul propagatore di Feynman .....	132
6.3	Le funzioni di Green nella teoria dei campi liberi .....	135
6.4	Funzioni di Green per la teoria $\frac{\lambda}{4!} \phi^4$ .....	137

6.5	L'ampiezza di dispersione $2 \rightarrow 2$ di LSZ	143
6.6	Appendice: dimostrazione dell'Eq. 6.4.6	145
<b>7</b>	<b>L'equazione di Dirac</b>	<b>147</b>
7.1	Equazioni d'onda relativistiche: ripresa	147
7.2	L'equazione di Dirac	148
7.3	Soluzioni di particelle libere I: Interpretazione	150
7.4	Soluzioni di particelle libere II: Spin	153
7.5	Normalizzazione. Matrici Gamma	156
7.6	Covarianza di Lorentz	157
7.7	Parità	163
7.8	Covarianti bilineari	164
7.8.1	Coniugazione di carica	166
7.9	Neutrini	166
<b>8</b>	<b>Il campo di Dirac libero</b>	<b>169</b>
8.1	Quantizzazione canonica	169
8.2	Quantizzazione dell'integrale di cammino	172
8.3	Il propagatore di Feynman per il campo di Dirac	174
8.4	Appendice: le variabili di Grassmann	176
<b>9</b>	<b>Il campo elettromagnetico libero</b>	<b>179</b>
9.1	Il campo elettromagnetico classico	179
9.2	Quantizzazione canonica	183
9.3	Quantizzazione dell'integrale di cammino	185
<b>10</b>	<b>Elettrodinamica quantistica</b>	<b>187</b>
10.1	Regole di Feynman della QED	187
10.2	Diffusione Elettrone–Muone	189
10.3	Diffusione Elettrone–Elettrone	193
10.4	Annichilazione Elettrone–Positrone $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$	193
10.4.1	Diffusione $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ e $e^+e^- \rightarrow$ adroni	194
10.5	Diffusione Compton	195
<b>11</b>	<b>Teoria Avanzata del Campo Quantistico</b>	<b>199</b>
11.1	Teorie di Gauge non abeliane	199
11.1.1	QED come teoria di gauge abeliana	199
11.1.2	Trasformazioni di gauge non abeliane	202

11.1.3	Campi di gauge non abeliani . . . . .	204
11.1.4	Fissaggio del gauge . . . . .	206
11.1.5	Le regole di Feynman per una teoria di gauge non abeliana . . . . .	210
11.1.6	Un esempio: . . . . .	210
<b>11.2</b>	<b>Correzioni di loop nella teoria <math>\phi^3</math></b> . . . . .	<b>213</b>
11.2.1	Correzioni del vertice: . . . . .	215
11.2.2	Correzioni di autoenergia: . . . . .	219
<b>11.3</b>	<b>Rinormalizzazione</b> . . . . .	<b>223</b>
11.3.1	Controtermini . . . . .	223
11.3.2	Regolarizzazione: . . . . .	230
<b>11.4</b>	<b>Il gruppo di rinormalizzazione</b> . . . . .	<b>235</b>
11.4.1	La funzione $\beta$ . . . . .	235
11.4.2	Equazione di Callan-Symanzik . . . . .	241
<b>11.5</b>	<b>Divergenze infrarosse</b> . . . . .	<b>245</b>
11.5.1	Regolarizzazione dimensionale delle divergenze infrarosse . . . . .	250
11.5.2	Divergenze collineari . . . . .	253
<b>11.6</b>	<b>Unitarietà, causalità e analiticità.</b> . . . . .	<b>257</b>
11.6.1	Struttura analitica delle ampiezze di diffusione . . . . .	261
11.6.2	Le regole di Cutkosky . . . . .	265
11.6.3	Relazioni di dispersione . . . . .	267
<b>11.7</b>	<b>Anomalie</b> . . . . .	<b>269</b>
<b>11.8</b>	<b>QFT: l'unica teoria realistica del mondo quantistico.</b> . . . . .	<b>278</b>
11.8.1	Una discussione preliminare sugli stati coerenti. . . . .	279
11.8.2	Il Vuoto, il modello della realtà fisica. . . . .	283
11.8.3	Il limite classico della QFT . . . . .	287
<b>12</b>	<b>Problemi con alcune soluzioni</b> . . . . .	<b>297</b>
	<b>Bibliografia</b> . . . . .	<b>307</b>
	<b>Articoli dalle riviste specialistiche</b> . . . . .	<b>307</b>
	<b>Libri</b> . . . . .	<b>308</b>
	<b>Indice analitico</b> . . . . .	<b>311</b>

---

<sup>0</sup>Nella foto di sfondo, Erwin Schrödinger. “Dio sa che non sono un amico della teoria della probabilità, l’ho odiata dal primo momento in cui il nostro caro amico Max Born l’ha partorita. Perché si poteva vedere quanto facile e semplice rendesse tutto, in linea di principio, tutto stirato e i veri problemi nascosti. Tutti devono saltare sul carrozzone [Ausweg]. E in realtà non è passato un anno prima che diventasse un credo ufficiale, e lo è ancora”. Citazione di Erwin Schrödinger. Tratta da “Letter to Albert Einstein (13 June 1946)”, citata da Walter Moore in “Schrödinger: Life and Thought (1989)”.



## Elenco delle figure

- 4.1 Processo di diffusione di due particelle (a). E di decadimento di una particella in tante altre (b). . . . . 102
- 4.1 Lo scattering  $2 \rightarrow 2$ . . . . . 106
  
- 6.1 Regola di Feynman per il vertice. . . . . 141
- 6.2 La funzione di Green a due punti. . . . . 141
- 6.3 La funzione di Green in quattro punti. . . . . 141
  
- 7.1 Interpretazione di Feynman di un processo in cui un elettrone di energia negativa viene assorbito. Il tempo aumenta andando verso l'alto. . . . . 152
  
- 10.1 Regola di Feynman per la QED.  $\mu, \nu$  sono indici di Lorentz e  $\alpha, \beta$  sono indici spinoriali. 189
- 10.1 Diagramma di Feynman di ordine più basso per la dispersione di elettroni e muoni. 189
- 10.1 Diagrammi di Feynman di ordine più basso per la diffusione di elettroni-elettroni, (a) processo diretto, (b) processo incrociato. . . . . 193
- 10.1 Diagrammi di Feynman di ordine più basso per lo scattering elettrone-positrone in QED. (a) processo diretto, (b) processo incrociato. . . . . 194
- 10.1 Diagrammi di Feynman per lo scattering Compton, (a) processo diretto, (b) processo incrociato. . . . . 196
  
- 11.1 Il diagramma (a) riguarda l'interazione a tre punti tra il gauge di bosoni, il diagramma (b) coinvolge l'interazione a quattro punti tra il gauge di bosoni, il diagramma (c) coinvolge un ciclo di fermioni e il diagramma (d) è il diagramma extra che coinvolge i fantasmi Faddeev-Popov. Si noti che entrambi i diagrammi (c) e (d) hanno un segno meno davanti a loro perché entrambi i fermioni e i fantasmi Faddeev-Popov obbediscono alle statistiche di Fermi. . . . . 209

11.2 Propagatori per il gluone, il gauge di Feynman, il fermione, il fantasma di Faddeev-Popov. . . . .	211
11.3 Diagrammi dei vertici: tutti i momenti fluiscono nel vertice. . . . .	211
11.1 In ogni diagramma, l'integrazione sulla quantità di moto della particella interna è "assorbita" da una delle $\delta$ -funzioni di conservazione della quantità di moto e ci rimane una funzione delta complessiva. . . . .	214
11.2 Grafi sulle correzioni di autoenergia. . . . .	214
11.3 Grafi sulle correzioni del vertice. . . . .	214
11.4 Si noti che ciascuno di questi grafici ha altri tre interni linee rispetto al grafico a livello di albero e altri due vertici. C'è quindi un integrale rimanente su uno dei momenti interni. . . . .	215
11.5 Abbiamo implementato le funzioni di conservazione dell'energia-impulso $\delta$ , assicurando che la quantità di moto sia conservata in ogni vertice. . . . .	215
11.6 Le X sulle linee esterne indicano che sono state "troncate" - cioè nella linea esterna i propagatori non sono inclusi nel calcolo del grafico. . . . .	219
11.7 Inserzioni dell'autoenergia. . . . .	219
11.8 Inserzioni con una delle linee esterne. . . . .	221

---

<sup>0</sup>Nella foto di sfondo, Louis de Broglie. "Molti scienziati hanno cercato di fare del determinismo e della complementarità la base di conclusioni che mi sembrano deboli e pericolose; per esempio, hanno usato il principio di indeterminazione di Heisenberg per rafforzare il libero arbitrio umano, sebbene il suo principio, che si applica esclusivamente al comportamento degli elettroni ed è il risultato diretto delle tecniche di misurazione microfisica, non abbia nulla a che fare con la libertà di scelta umana. È molto più sicuro e saggio che il fisico rimanga sul solido terreno della stessa fisica teorica ed eviti le sabbie mobili delle estrapolazioni filosofiche. [...] La storia della scienza mostra che il progresso della scienza è stato costantemente ostacolato dall'influenza tirannica di certe concezioni che finirono per essere considerate come dogmi. Per questo è doveroso sottoporre periodicamente ad un esame molto approfondito i principi che siamo giunti ad assumere senza più discutere». -Citazione di Louis de Broglie, tratta da "Nouvelles perspectives en microphysique (1956)."